IESE
UNIVERSIDAD DE NAVARRA

CIIF

CENTRO INTERNACIONAL DE
INVESTIGACION FINANCIERA

VALORACION DE OPCIONES POR SIMULACION

Pablo Fernández*

DOCUMENTO DE INVESTIGACION Nº 309
Marzo, 1996

* Profesor de Dirección Financiera, IESE

División de Investigación
IESE
Universidad de Navarra
Av. Pearson, 21
08034 Barcelona

El CIIF (Centro Internacional de Investigación Financiera) nace como consecuencia de las inquietudes en investigación financiera de un grupo interdisciplinar de profesores del IESE y se configura como un núcleo de trabajo dentro de las actividades del IESE. Sus objetivos son: aunar esfuerzos en la búsqueda de respuestas a las cuestiones que se plantean los responsables de empresas financieras y los responsables financieros de todo tipo de empresas en el desempeño de sus funciones; desarrollar nuevas herramientas para la dirección financiera; y profundizar en el estudio y efectos de las transformaciones que se producen en el mundo financiero.

El desarrollo de las actividades del CIIF ha sido posible gracias a sus Empresas Patrono: Aena, A.T. Kearney, Caja de Ahorros de Madrid, Fundación Ramón Areces y Endesa.

VALORACION DE OPCIONES POR SIMULACION

Este documento de investigación aborda la valoración de opciones por simulación. La valoración por simulación se fundamenta en la valoración de opciones por el método de las martingalas (1). Obviamente, la simulación sirve únicamente para valorar opciones de tipo europeo, pues no permite valorar adecuadamente las opciones americanas. En el documento se comprueba que cuando la fórmula de Black y Scholes es adecuada, la simulación proporciona el mismo resultado. El documento también analiza los problemas que presenta la valoración de opciones sobre acciones que reparten dividendos: la no normalidad de la distribución y la diferencia entre especificar el dividendo como una magnitud constante o como un porcentaje del precio de la acción. También se aborda la valoración por simulación de uno de los derivados exóticos más utilizados: el corredor.

1. Fórmulas utilizadas en la simulación de la evolución del precio de una acción

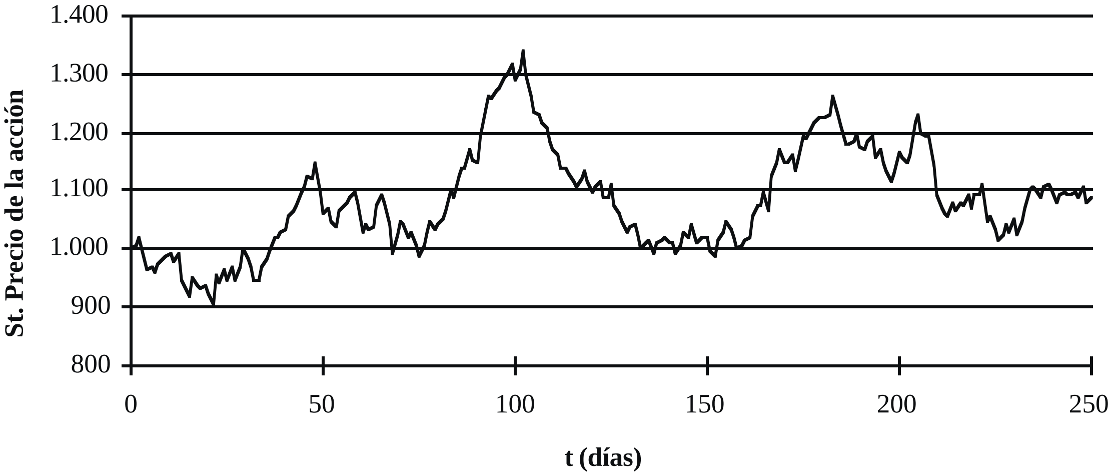
Si el precio de la acción hoy es S_0, la rentabilidad esperada (anualizada) de la acción es μ y la volatilidad esperada (anualizada) es σ la fórmula que se utiliza habitualmente para simular la evolución del precio de la acción en cualquier fecha futura t es:

$$S_t = S_0 \, e^{(\mu t + \sigma \varepsilon \sqrt{t})} \qquad \textbf{(1)}$$

donde ε es una variable aleatoria normal de media cero y varianza unidad: N (0, 1).

Un ejemplo. Supongamos que el precio de la acción es hoy de 1.000 pesetas, que la volatilidad esperada para la acción es 30% (σ = 0,3) y que la rentabilidad esperada de la misma es 20% (μ = 0,2). La acción no reparte dividendos. La Figura 1 no es más que una de las posibles evoluciones del precio de una acción cuyo valor en t = 0 es S_0 = 1.000.

Figura 1. Una simulación de St
S_0 = 1.000; μ = 20%; σ= 30%



La Figura 1 muestra una de las posibles trayectorias de la acción que se construye utilizando la fórmula (1). El precio del día cero (hoy) es 1.000 pesetas. Para calcular el precio de la acción en el día 1, procedemos del siguiente modo: primero generamos un número aleatorio de la distribución normal de media cero y varianza unidad (que en este caso resultó ser 0,21952874), y utilizamos la fórmula (1). Así, si consideramos que en el año habrá 250 días con cotización:

$$S_1 = 1.004{,}97761 = 1.000\ e^{[0{,}2 \times (1/250) + 0{,}3 \times 0{,}21952874 \sqrt{(1/250)}]}$$

Análogamente, para calcular el precio de la acción en el día 2 generamos otro número aleatorio de la normal (en este caso resultó ser 0,66362786) y utilizamos la fórmula (1):

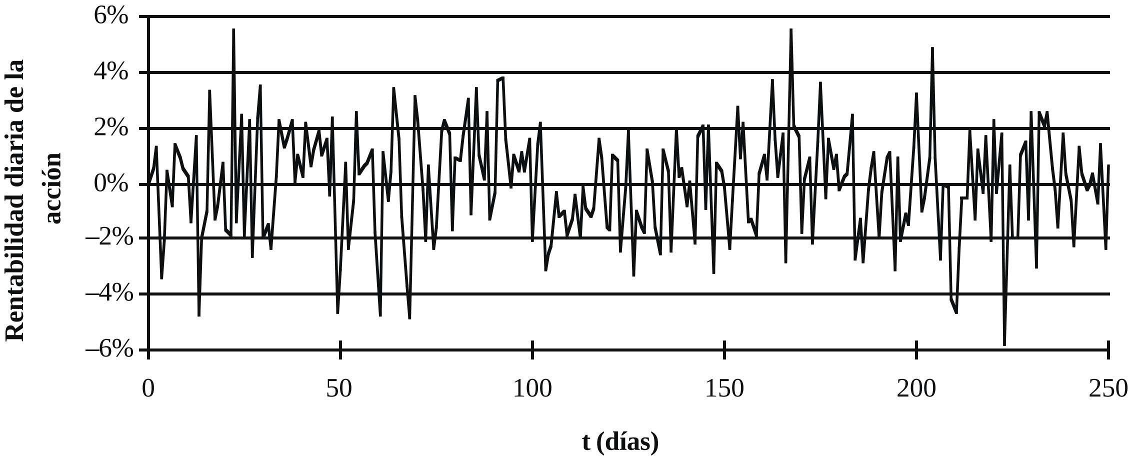
$$S_2 = 1.018{,}52624 = 1.004{,}97761\ e^{[0{,}2 \times (1/250) + 0{,}3 \times 0{,}66362786 \sqrt{(1/250)}]}$$

Si se espera que la acción reparta un dividendo (por ejemplo de 50 pesetas en t = 2), basta restar el dividendo al valor obtenido de la fórmula (1). En este caso, S_2 sería:

$$S_2 = 968{,}52624 = 1.004{,}97761\ e^{[0{,}2 \times (1/250) + 0{,}3 \times 0{,}66362786 \sqrt{(1/250)}]} - 50$$

La Figura 2 muestra la evolución de la rentabilidad diaria (R_t–1/t = ln[S_t / S_t–1]) de la trayectoria de la Figura 1.

Figura 2. Simulación. Rentabilidad diaria de la acción. R_t–1/t = S_t–1)
S0 = 1.000; μ = 20%; σ= 30%



La expresión de la rentabilidad entre ahora (t = 0) y t es:

$$R_t = \mu\ t + \sigma\varepsilon\sqrt{t} \qquad (2)$$

y, por consiguiente[2]: $dR_t = R_t + d_t - R_t = \mu\ dt + \sigma\varepsilon\sqrt{dt}$ (3)

La Figura 3 muestra dos de las posibles evoluciones del precio de una acción cuyo valor en t = 0 es S_0 = 1.000. Esperamos una rentabilidad anual del 20% (μ = 0,2). Una de las posibles evoluciones se ha realizado con una volatilidad anual media del 30% (la de la Figura 1) y, la otra, con una volatilidad anual media del 60% (σ= 0,6).

La Figura 4 presenta la rentabilidad diaria de la acción para las dos trayectorias descritas en la Figura 3. Las Figuras 3 y 4 permiten visualizar lo que significa la volatilidad de un activo.

Figura 3. Dos simulaciones de S_t
$S_0 = 1.000$; $\mu = 20\%$; $\sigma = 30\%$ y 60%

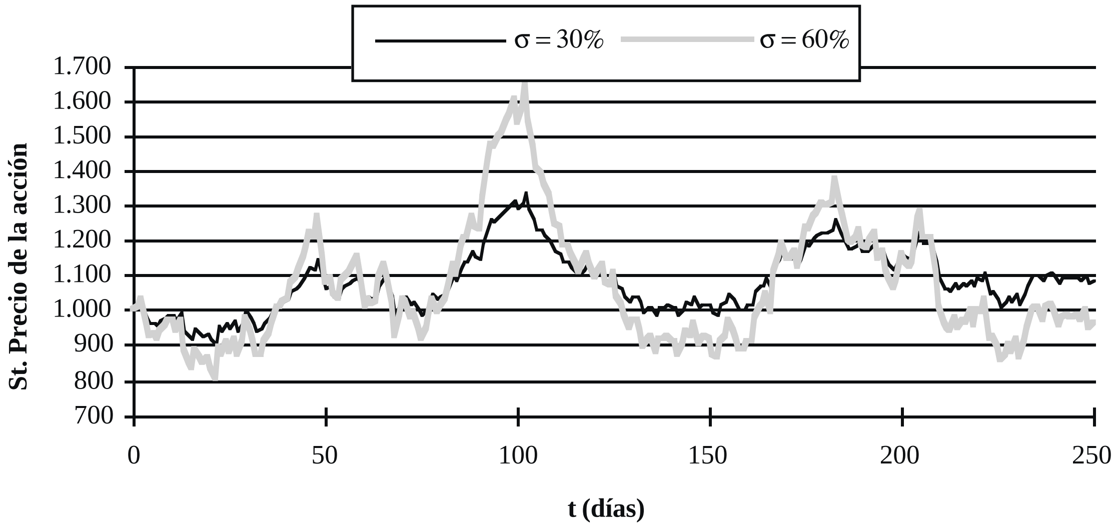
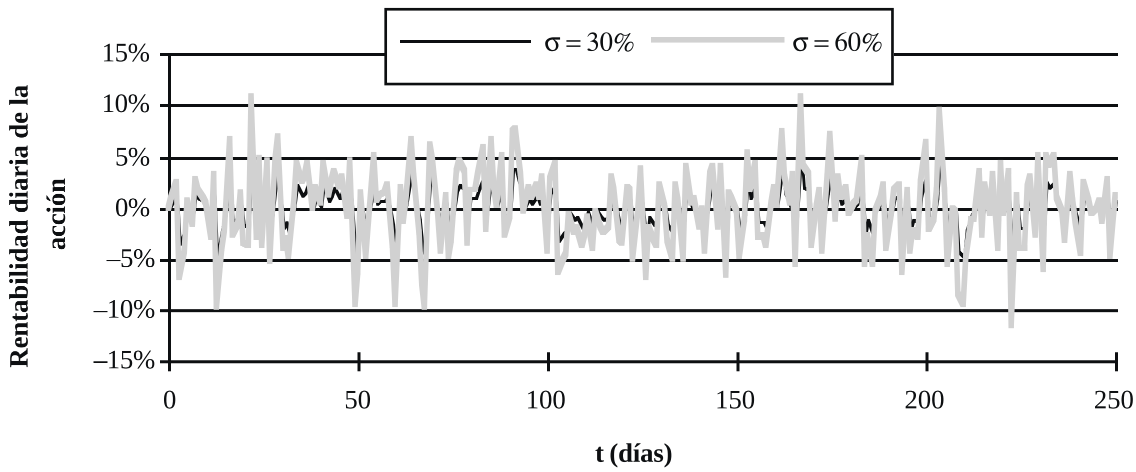


Figura 4. Simulación. Rentabilidad diaria de la acción. $R_{t-1/t} = \ln(S_t / S_{t-1})$
$S_0 = 1.000$; $\mu = 20\%$; $\sigma = 30\%$ y 60%



La Tabla 1 muestra las fórmulas más utilizadas en la simulación. También indica las expresiones de la esperanza matemática, varianza, moda y mediana del valor futuro de la acción. Es importante darse cuenta de que:

aunque $S_t = S_0\, e^{R_t}$, sin embargo, $E(S_t) \neq S_0\, e^{E(R_t)}$

Tabla 1. Fórmulas útiles para valorar instrumentos financieros por simulación

El precio de la acción hoy es S_0, la rentabilidad esperada (anualizada) de la acción es μ y la volatilidad esperada (anualizada) es σ R_t y S_t son la rentabilidad y el precio de una acción que no reparte dividendos

$S_t = S_0\ e^{\mu t + \sigma\varepsilon\sqrt{t}}$	$E\ (S_t) = S_0\ e^{(\mu - \sigma^2)t}$
$\text{Moda}\ (S_t) = S_0\ e^{(\mu - \sigma^2)t}$	$\text{Mediana}\ (S_t) = S_0\ e^{\mu t}$
$R_t = \mu t + \sigma\varepsilon\sqrt{t}$; $E\ (R_t) = \mu t$;	$\text{Var.}\ (R_t) = \sigma^2\ t$
ε es normal N(0,1)	$E(S_t) \neq S_0\ e^{E(R_t)}$

2. La rentabilidad esperada de la acción en la simulación de instrumentos derivados

En el caso de que queramos valorar un instrumento derivado (instrumento que se puede replicar a partir de otros ya existentes) sobre una acción, no podemos realizar la simulación introduciendo nuestra expectativa de rentabilidad de la acción, sino que debemos utilizar la siguiente rentabilidad esperada:

$$\mu = \text{Ln}\ (r) - \sigma^2 / 2 \tag{4}$$

σ es la volatilidad esperada (anualizada) de la acción y r es 1 + tasa de interés sin riesgo anualizada (3).

La función de densidad de la rentabilidad de la acción (la rentabilidad anualizada esperada de la acción es μ y la volatilidad anualizada esperada es σ) es una distribución normal:

$$f(R_t) = e^{-0,5\ [(Rt - \mu t)\ /\ \sigma\sqrt{t}]^2} / \sigma\sqrt{(2\pi t)} \tag{5}$$

La función de densidad del precio futuro de la acción es una distribución lognormal:

$$f(S_t) = e^{-0,5\ \{[\ln(S_t/S_0) - \mu t]\ /\ \sigma\sqrt{t}\}^2} / S\ \sigma\sqrt{(2\pi t)} \tag{6}$$

La Figura 5 muestra la distribución de probabilidad de la rentabilidad de la acción dentro de un año de dos inversores con idéntica expectativa de volatilidad (30%), pero distinta expectativa de rentabilidad: uno espera una revalorización del 5,031018%, y el otro una revalorización del 30%. La Figura permite observar que la distribución de probabilidad de la rentabilidad es normal. Una mayor expectativa de rentabilidad únicamente desplaza la distribución hacia la derecha.

Figura 5. Distribución de probabilidad de la rentabilidad de la acción en un año de dos inversores con idéntica expectativa de volatilidad (30%), pero distinta expectativa de rentabilidad: uno espera una revalorización del 5,031018%, y el otro del 30%

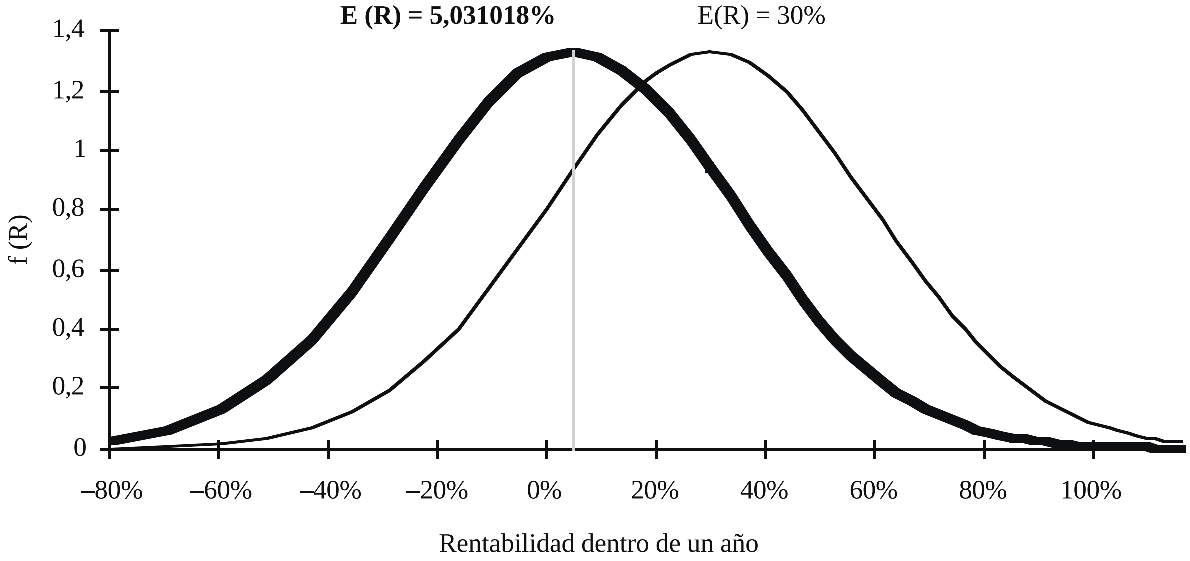
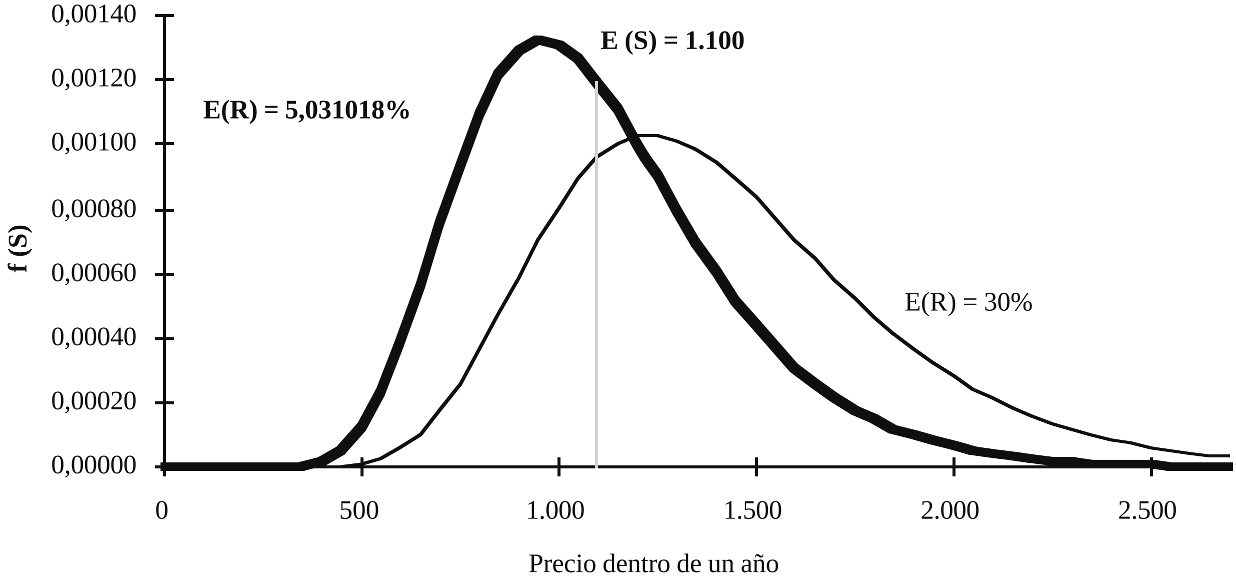


Figura 6. Distribución de probabilidad del precio de la acción dentro de un año de dos inversores con idéntica expectativa de volatilidad (30%), pero distinta expectativa de rentabilidad: uno espera una revalorización del 5,031018%, y el otro del 30%. El precio actual de la acción es 1.000 pesetas.



La Figura 6 muestra la distribución de probabilidad del precio de la acción dentro de un año correspondiente a la Figura 5. En este caso, una mayor expectativa de rentabilidad no sólo desplaza la distribución hacia la derecha, sino que también achata la distribución.

3. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas

En este apartado vamos a valorar por simulación una «call» y una «put» europeas sobre una acción que no reparte dividendos, para comprobar que obtenemos resultados prácticamente idénticos a los que nos proporciona la fórmula de Black y Scholes (4). Vamos a valorar una «put» y una «call» con precio de ejercicio 1.000 pesetas y un año hasta la fecha de ejercicio. La acción tiene hoy un precio de 1.000 pesetas y su volatilidad esperada es 30%. La tasa de interés sin riesgo es 10%.

La Tabla 2 muestra los resultados de la simulación (10.000 trayectorias) (5) y los compara con los que proporciona la fórmula de Black y Scholes. Hay que resaltar que el valor de μ que utilizamos en la simulación es el que proporciona la fórmula (4): μ = 5,031018%. El valor de la «call», según Black y Scholes, es 164,92, y con la simulación obtenemos 164,93. Para el valor de la «put» obtenemos idéntico resultado con ambos procedimientos: 74,01. El valor esperado de la acción es 1.100 (1.000 x 1,1), y con la simulación, la media de los valores que alcanza dentro de un año es 1.100,01. La revalorización de la acción empleada es 5,031018% (μ), y con la simulación la media de la rentabilidad anual de la acción en los 10.000 casos es 5,0315%.

Tabla 2. Valoración por simulación (10.000) de una «call» y una «put» europeas sobre una acción (S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1; s = 30%).
Debido al arbitraje: $\mu = \text{Ln}(r) - \sigma^2/2 = 5{,}031018\% = \text{Ln}(1{,}1) - 0{,}3^2/2$

	Valores obtenidos con la fórmula de Black-Scholes	Valores obtenidos con la simulación
«Call»	**164,92**	**164,93**
«Put»	**74,01**	**74,01**
Valor esperado de la acción	1.100	1.100,01
Rentabilidad esperada de la acción: E(R) = μ	5,031%	5,0315%

La Figura 7 muestra la distribución de la rentabilidad de la acción con volatilidad del 30% si el inversor tuviera una expectativa de rentabilidad (μ) idéntica a la utilizada en la simulación (5,031018%). En este caso, la probabilidad de que la «call» terminara valiendo algo, (S_1>1.000), es 56,6%, y la probabilidad de que la «put» valiera algo, (S_1<1.000), es 43,4%. La Figura 8 es idéntica a la 7, pero muestra la distribución del precio de la acción dentro de un año.

Figura 7. Si el inversor tuviera la distribución de probabilidad de la rentabilidad de la acción en un año con volatilidad (30%) y rentabilidad esperada del 5,031018%, la probabilidad de ejercer la «put» sería 43,4%, y la de ejercer la «call», sería 56,6%. R_F = 10%; So = 1.000 pesetas; K = 1.000 pesetas; t = 1 año; σ= 30%

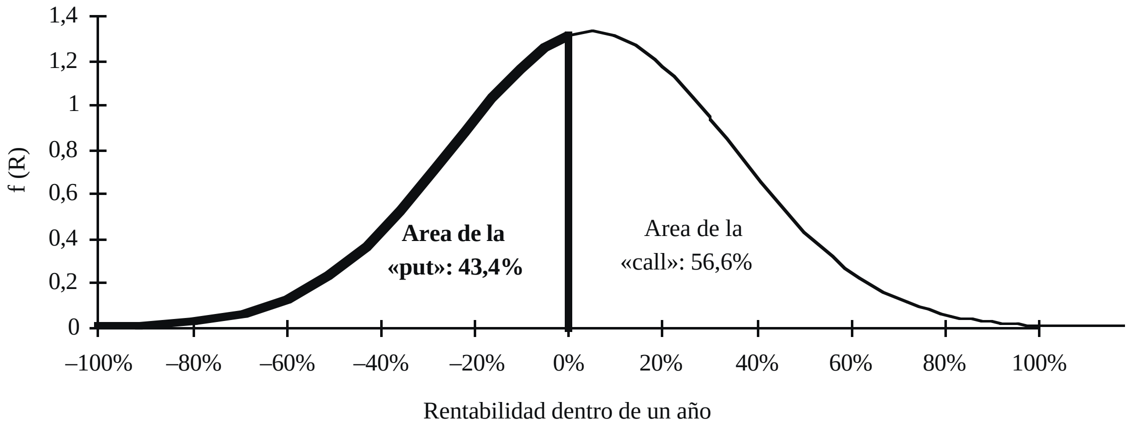
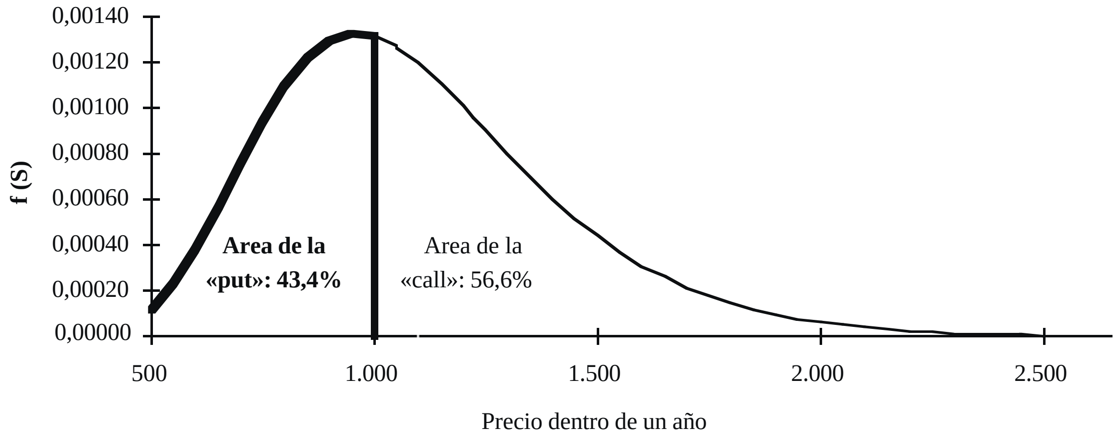
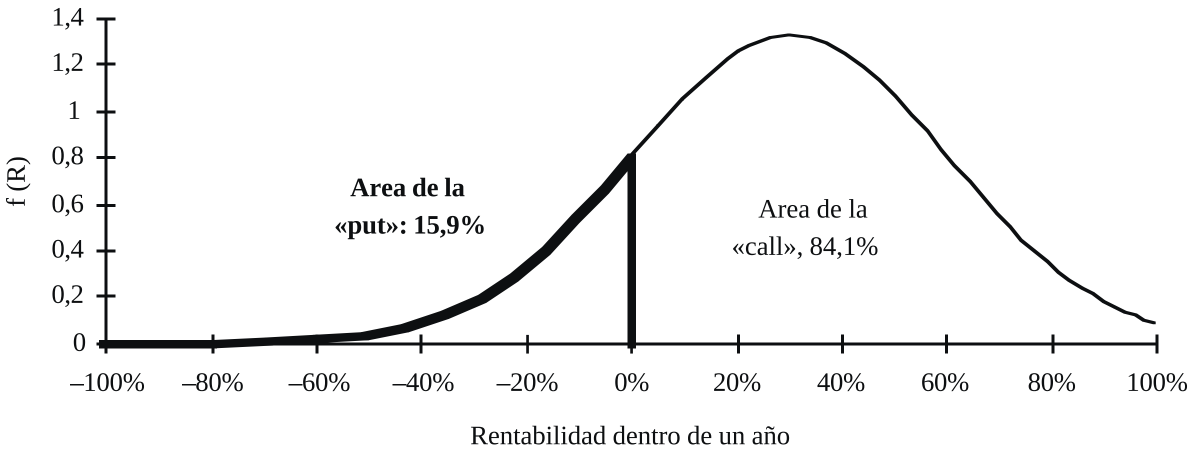


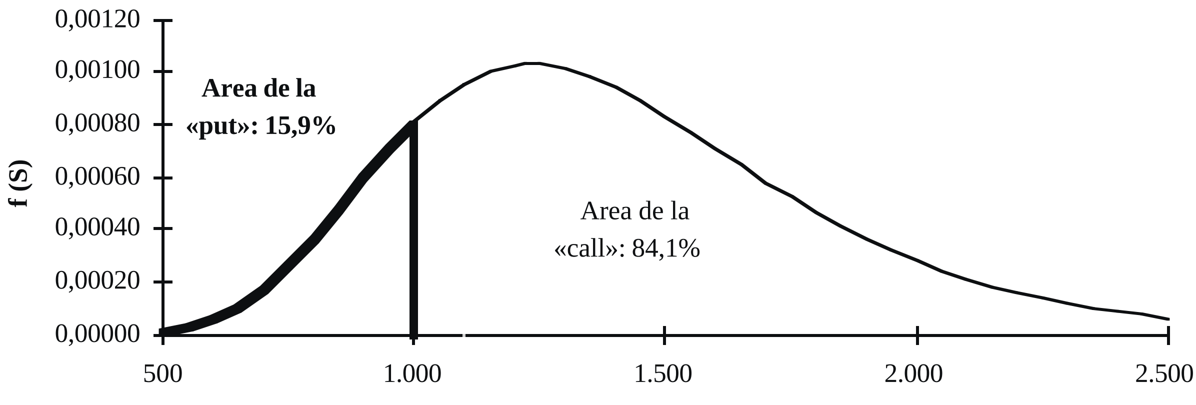
Figura 8. Inversor que espera que la rentabilidad esperada de la acción sea 5,031018% y la volatilidad 30%. Su probabilidad de ejercer la «put» es 43,4%, y de ejercer la «call», 56,6%.
R_F = 10%; So = 1.000 pesetas; K = 1.000 pesetas; t = 1 año; σ= 30%



La Figura 9 muestra las distribuciones de la rentabilidad y del precio de la acción dentro de un año con volatilidad del 30% si el inversor tuviera realmente una expectativa de rentabilidad del 30%. En este caso, la probabilidad de que la «call» terminara valiendo algo (S1>1.000) es 84,1%, y la probabilidad de que la «put» valiera algo (S_1<1.000), es 15,1%. Sin embargo, el inversor estaría de acuerdo en que el precio de ambas es 164,9 y 74,01 pesetas, respectivamente (6).

Figura 9. Si el inversor tuviera la distribución de probabilidad de la rentabilidad de la acción en un año con volatilidad (30%) y rentabilidad esperada del 30%, la probabilidad de ejercer la «put» sería 15,9%, y la de ejercer la «call», sería 84,1%. R_F = 10%; So = 1.000 pesetas; K = 1.000 pesetas; t = 1 año; σ= 30%





La Tabla 3 proporciona los resultados de la simulación. La primera columna se refiere a los 10.000 valores del precio de la acción dentro de un año que se han generado. La segunda columna indica la rentabilidad de la acción correspondiente a los 10.000 valores. La rentabilidad se calcula como $\ln(S_1/1.000)$, siendo S_1 el valor de la acción dentro de un año. La tercera columna muestra los estadísticos correspondientes al valor final alcanzado por la «call» en las 10.000 simulaciones: máximo (S_1 – 1.000; 0). La cuarta columna muestra los estadísticos correspondientes al valor final alcanzado por la «put» en las 10.000

simulaciones: máximo (1.000 – S_1; 0). La quinta columna muestra los estadísticos correspondientes al valor *actual* de la «call» en las 10.000 simulaciones (7): máximo (S_1 – 1.000; 0)/1,1. La sexta columna muestra los estadísticos correspondientes al valor *actual* de la «put» en las 10.000 simulaciones: máximo (1.000 – S_1; 0)/1,1.

La Figura 10 muestra la distribución del valor final de la «call». Nótese que en 4.335 de las 10.000 simulaciones, el valor final de la «call» fue cero, lo que significa que en 4.335 de las simulaciones, el valor final de la acción fue inferior a 1.000 pesetas.

La Figura 11 muestra la distribución del valor final de la «put». Nótese que en 5.665 de las 10.000 simulaciones, el valor final de la «put» fue cero, lo que significa que en 5.665 de las simulaciones, el valor final de la acción fue superior a 1.000 pesetas.

La Figura 12 muestra la distribución del valor final de la acción en las 10.000 simulaciones y, la Figura 13, la distribución de la rentabilidad de la acción. Nótese su gran similitud con una distribución lognormal y normal, respectivamente.

Tabla 3. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre una acción
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%.
Valores según Black y Scholes: «call» = 164,92 pesetas; «put» = 74,01 pesetas

	Valor final de la acción	Rentabilidad de la acción	Valor final de la «call»	Valor final de la «put»	Valor HOY de la «call»	Valor HOY de la «put»
Simulaciones	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
Media	1.100,01	5,03%	181,42	81,41	**164,93**	**74,01**
Desviación estándar	337,65	30,00%	262	125,77	238,18	114,33
Skewness	0,95	0	2	1,55	2	1,55
Kurtosis	4,66	3	8,2	4,55	8,2	4,55
Mínimo	344,16	–106,66%	0	0	0	0
Máximo	3.525,41	126,00%	2.525,41	655,84	2.295,83	596,21
Error estánd. de la media	3,38	0,30%	2,62	1,26	2,38	1,14

Figura 10. Valoración por simulación (10.000 trayectorias) de una «call» y una «put» europeas
Distribución del valor final de la «call»
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%

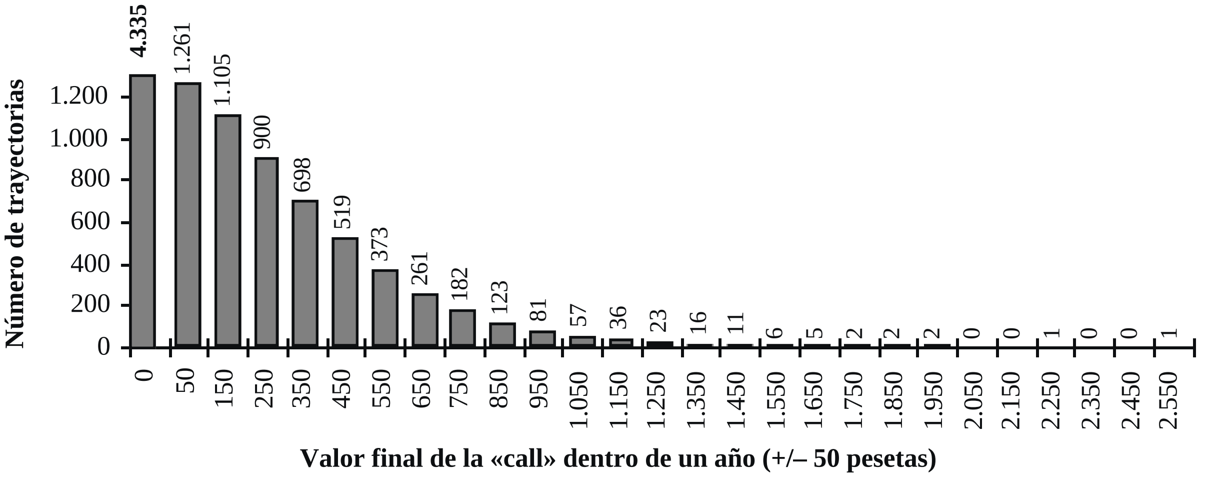


Figura 11. Valoración por simulación (10.000 trayectorias) de una «call» y una «put» europeas
Distribución del valor final de la «put»
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%

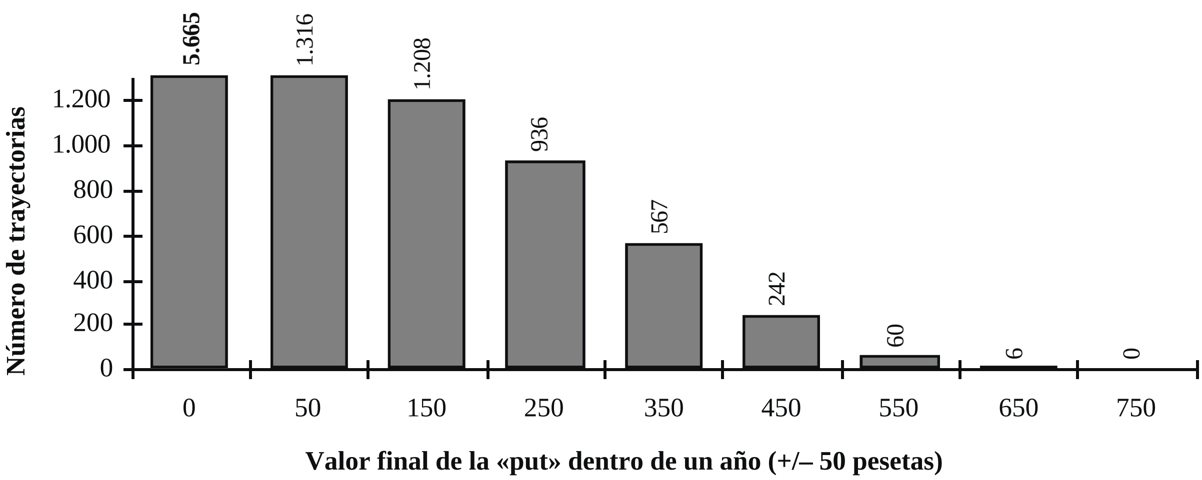


Figura 12. Valoración por simulación (10.000 trayectorias) de una «call» y una «put» europeas
Distribución del valor final de la acción
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%.

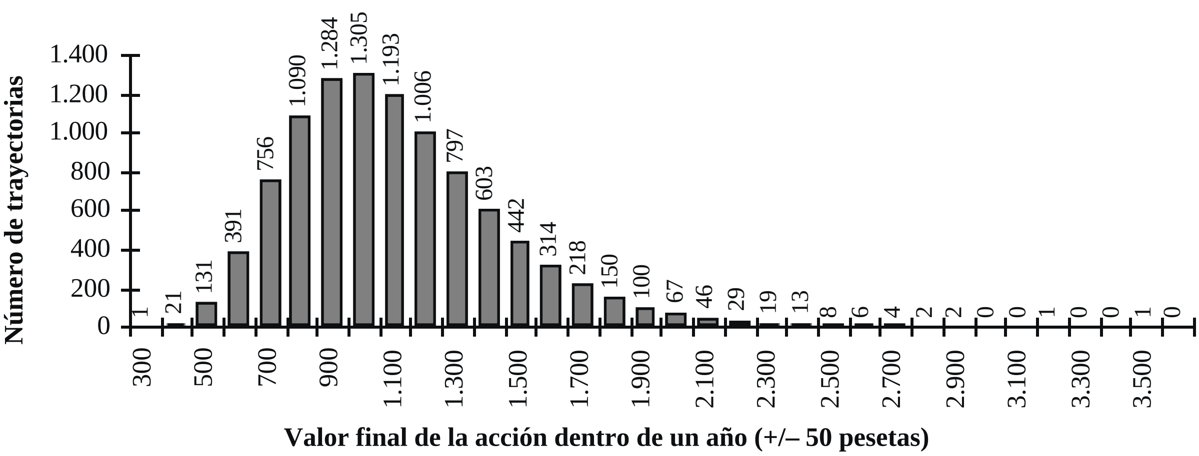
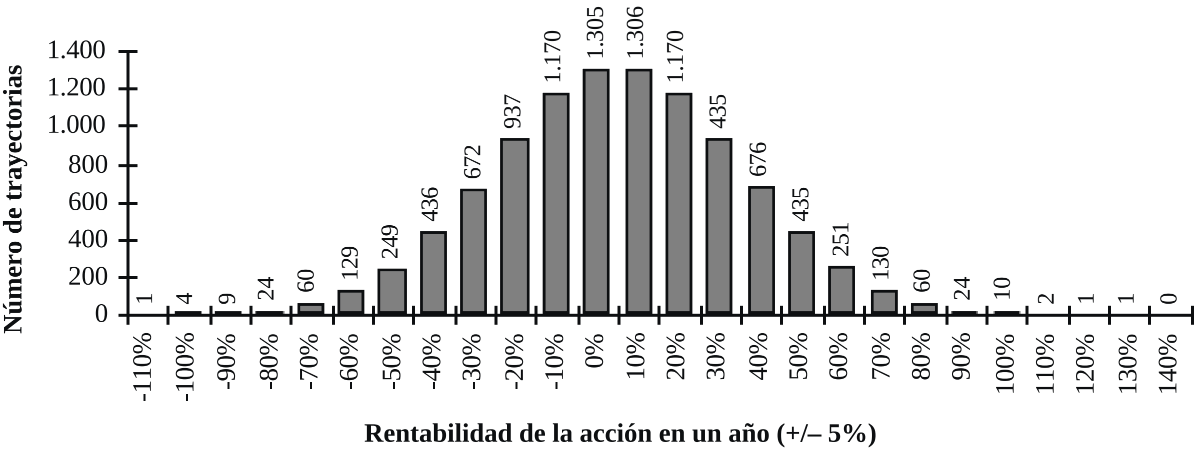


Figura 13. Valoración por simulación (10.000 trayectorias) de una «call» y una «put» europeas
Distribución de la rentabilidad de la acción
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%

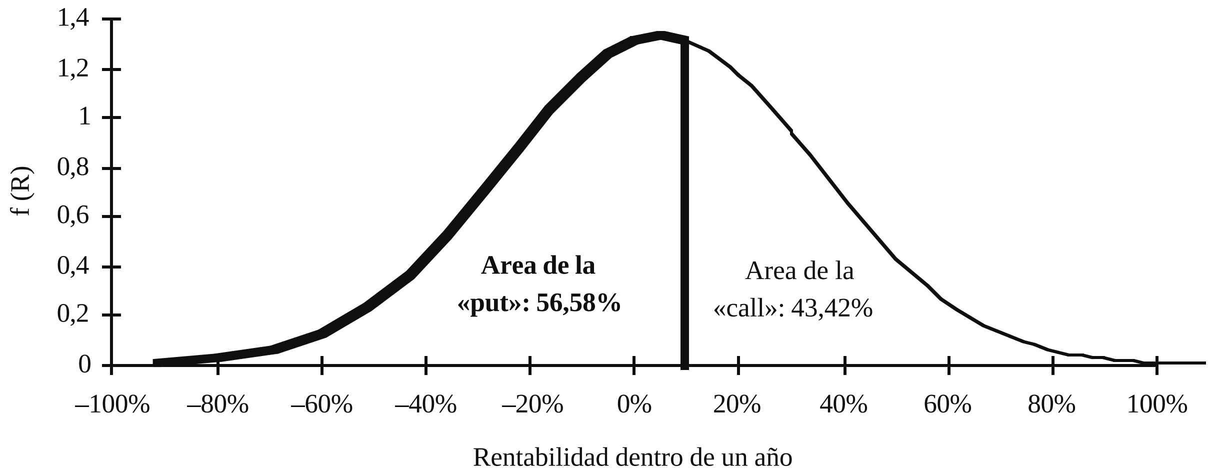


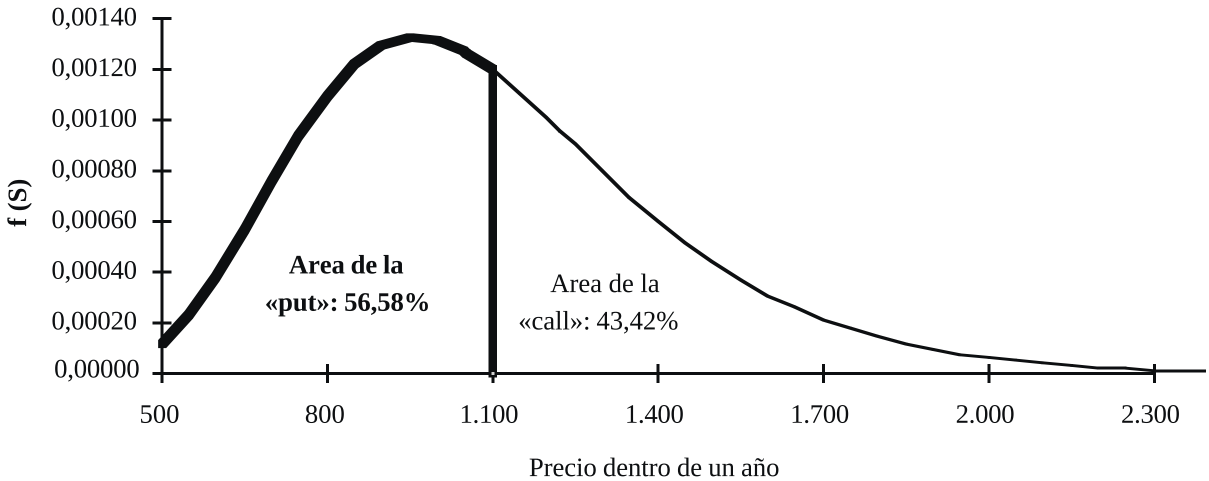
4. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas con precio de ejercicio igual al precio «forward»

En este apartado se muestra otra valoración por simulación: vamos a valorar por simulación una «call» y una «put» europeas sobre una acción, ambas con precio de ejercicio igual al precio «forward» de la acción (1.100 pesetas = 1.000 x 1,1). Las opciones tienen un año hasta la fecha de ejercicio y se refieren a la misma acción del apartado anterior. La acción tiene hoy un precio de 1.000 pesetas y su volatilidad esperada es 30%. La tasa de interés sin riesgo es 10%.

La Figura 14 muestra la distribución de la rentabilidad de la acción con volatilidad del 30% si el inversor tuviera una expectativa de rentabilidad (μ) idéntica a la utilizada en la simulación (5,031018%). En este caso, la probabilidad de que la «call» terminara valiendo algo (S1>1.100), es 43,42%, y la probabilidad de que la «put» valiera algo (S1<1.100), es 56,58%. La Figura 14 permite comprobar una vez más que aunque sabemos que la «put» y la «call» europeas tienen idéntico valor cuando su precio de ejercicio es el precio «forward», esto no quiere decir que este precio sea el valor esperado del precio de la acción (8).

Figura 14. Distribución de probabilidad de la rentabilidad de la acción en un año y del precio dentro de un año. Acción con volatilidad 30% y rentabilidad esperada del 5,031018%. La probabilidad de ejercer la «put» sería 56,58%, y la de ejercer la «call» (ambas con precio de ejercicio 1.100 pesetas = precio «forward» sería 43,42%. R_F = 10%; So = 1.000 pesetas; t = 1 año; σ= 30%





La Tabla 4 muestra los resultados de la simulación (10.000 trayectorias) y los compara con los que proporciona la fórmula de Black y Scholes. El valor de la «call» y de la «put», según Black y Scholes, es 119,24, y con la simulación obtenemos 119,19 y 119,23, respectivamente. El valor esperado de la acción es 1.100, y con la simulación, la media de los valores que alcanza dentro de un año es 1.099,96. La revalorización de la acción empleada es 5,031018% (μ), y con la simulación, la media de la rentabilidad anual de la acción en los 10.000 casos es un poco inferior: 5,0297%.

Tabla 4. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre una acción
S = 1.000; K = 1.100; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%.
(Valor de «put» y «call» según Black y Scholes = 119,24 pesetas)

	Valor final de la acción	Rentabilidad de la acción	Valor final de la «call»	Valor final de la «put»	Valor HOY de la «call»	Valor HOY de la «put»
Simulaciones	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
Media	1.099,96	5,0297%	131,11	131,16	**119,19**	**119,23**
Desviación estándar	337,30	29,9959%	230,40	162,14	209,46	147,40
Varianza	113.772,43	8,9976%	53.085,78	26.289,95	43.872,54	727,23
Skewness	0,94	0,00	2,44	1,06	2,44	1,06
Kurtosis	4,52	2,99	10,46	3,10	10,46	3,10
Mínimo	312,68	–11,2584%	0,00	0,00	0,00	0,00
Máximo	3.153,42	114,8486%	2.053,42	787,32	1.866,74	715,75
Error estánd. de la media	3,37	0,3000%	2,30	1,62	2,09	1,47

5. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre un dólar

Si el precio de un dólar hoy es $S_0^{ptas./dólar}$, la rentabilidad esperada (anualizada) del tipo de cambio es μ, y la volatilidad esperada (anualizada) es σ, la fórmula que se utiliza habitualmente para simular la evolución del tipo de cambio en cualquier fecha futura t es:

$$S_t^{ptas./dólar} = S_0^{ptas./dólar}\, e^{(\mu\, t\, +\, \sigma\varepsilon\, \sqrt{t})} \qquad \textbf{(7)}$$

donde ε es una variable aleatoria normal de media cero y varianza unidad: N (0, 1).

En el caso de que queramos valorar un instrumento derivado (instrumento que se puede replicar a partir de otros ya existentes) sobre un dólar, no podemos realizar la simulación introduciendo nuestra expectativa de rentabilidad esperada del dólar, sino que debemos utilizar la siguiente rentabilidad esperada:

$$\mu\ = \mathrm{Ln}\ (r_p/r\$) - s^2\ /\ 2 \qquad \textbf{(8)}$$

σ es la volatilidad esperada (anualizada) del tipo de cambio, r_p es 1 + tasa de interés en pesetas sin riesgo anualizada y $r_\$$ es 1 + tasa de interés en dólares sin riesgo anualizada.

La lógica de la expresión (8) es la siguiente. Si invertimos hoy S_0 pesetas a la tasa sin riesgo en pesetas, en t tendremos $S_0\ r_p^{\ t}$ pesetas. Alternativamente, si hoy compramos un dólar (coste de la inversión S_0 pesetas) y lo invertimos a la tasa sin riesgo en dólares, en t tendremos $r_\$^{\ t}$ dólares. El valor esperado del tipo de cambio es $E(S_t^{ptas./dólar}) = S_0^{ptas./dólar}\ e^{(\mu\, +\, \sigma^2/2)t}$. Por consiguiente, el valor esperado (en pesetas) de esta segunda inversión es $r_\$^{\ t}\ S_0^{ptas./dólar}\ e^{(\mu\, +\, \sigma^2/2\,)t}$. Como (por el hecho de estar valorando instrumentos financieros derivados replicables) el valor esperado de ambas inversiones ha de ser idéntico, resulta la expresión (8).

La Tabla 5 muestra los resultados de la simulación (10.000 trayectorias) y los compara con los que proporciona la fórmula de Black y Scholes. El valor de la «call» y de la «put», según Black y Scholes, es 9,777 y 5,448, respectivamente, y con la simulación obtenemos 9,776 y 5,448, respectivamente. El valor esperado del tipo de cambio es 104,7619 ptas./dólar (el tipo «forward»), y con la simulación, la media de los valores que alcanza el tipo de cambio dentro de un año es 104,7614 ptas./dólar. La μ empleada es 2,652%.

Tabla 5. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre un dólar
S = 100 ptas./dólar; K = 100 ptas.; rp = 1,1; r$ = 1,05; t = 1 año; σ= 20%.
(Valor de «put» y «call» según Black y Scholes = 5,448 y 9,777 pesetas)

	Valor final del dólar	Valor final de la «call»	Valor final de la «put»	Valor HOY de la «call»	Valor HOY de la «put»
Simulaciones	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
Media	104,761	10,754	5,993	**9,776**	**5,448**
Desviación estándar	21,157	15,304	9,193	13,913	8,357
Varianza	447,627	234,212	84,512	193,563	69,845
Skewness	0,610	1,800	1,590	1,800	1,590
Kurtosis	3,640	6,632	4,833	6,632	4,833
Mínimo	50,217	0,000	0,000	0,000	0,000
Máximo	217,619	117,619	49,783	106,927	45,258
Error estándar de la media	0,212	0,153	0,092	0,139	0,084

6. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre una acción que reparte dividendos

En este apartado vamos a ver cómo influyen los dividendos en el valor de la opción. La acción repartirá un dividendo de 100 pesetas dentro de seis meses, sea cual sea el precio de la acción en ese momento. Para valorar opciones europeas según la fórmula de Black y Scholes ajustada para dividendos, basta restar al precio de la acción hoy (1.000 ptas.) el valor actual de los dividendos que pagará la acción durante la vida de la opción ($100/1,1^{0,5}$= 95,346259). Si hacemos esto, obtenemos unos valores para la «put» y la «call» de 110,36 y 105,93 pesetas, respectivamente. Sin embargo, la simulación (véase Tabla 6) nos proporciona unos resultados bastante superiores: 116,11 y 111,79, respectivamente.

Tabla 6. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre una
acción que dentro de seis meses repartirá un dividendo de 100 pesetas
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%.
(Valor de «put» y «call» según Black y Scholes-ajustada = 110,36 y 105,93 pesetas)

	Valor final de la acción	Rentabilidad de la acción	Valor final de la «call»	Valor final de la «put»	Valor HOY de la «call»	Valor HOY de la «put»
Simulaciones	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
Media	995,25	–5,50%	122,97	127,72	**111,79**	**116,11**
Desviación estándar	323,84	31,72%	222,17	155,23	201,98	141,12
Varianza	104.872,34	10,06%	49.361,08	24.096,58	40.794,28	19.914,53
Skewness	1,04	–0,01	2,64	1,03	2,64	1,03
Kurtosis	5,32	3,04	13,36	3,03	13,36	3,03
Mínimo	282,00	–126,58%	0,00	0,00	0,00	0,00
Máximo	4.090,11	140,86%	3.090,11	718,00	2.809,19	652,72
Error estánd. de la media	3,24	0,32%	2,22	1,55	2,02	1,41

Para entender el porqué de esta discrepancia, supongamos ahora que la acción repartirá dentro de seis meses un dividendo igual al 9,5346259% del valor de la acción en ese momento. Nótese que el valor actual del dividendo en este caso es también 95,346259 pesetas. Según la fórmula de Black y Scholes ajustada para dividendos, obtenemos unos valores para la «put» y la «call» iguales a los calculados anteriormente (110,36 y 105,93 pesetas, respectivamente). En este caso, la simulación (véase Tabla 7) nos proporciona unos resultados (109,72 y 105,90) bastante similares a la fórmula de Black y Scholes ajustada para dividendos.

Tabla 7. Valoración por simulación de una «call» y una «put» europeas sobre una acción que dentro de seis meses repartirá un dividendo igual al 9,5346259% del valor de la acción en ese momento. El valor esperado del dividendo es 100 pesetas
S = 1.000; K = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%.
(Valor de «put» y «call» según Black y Scholes-ajustada = 110,36 y 105,93 pesetas)

	Valor final de la acción	Rentabilidad de la acción	Valor final de la «call»	Valor final de la «put»	Valor HOY de la «call»	Valor HOY de la «put»
Simulaciones	9.545	9.545	9.545	9.545	9.545	9.545
Media	995,80	–4,93%	116,49	120,69	**105,90**	**109,72**
Desviación estándar	306,26	30,00%	209,10	148,16	190,10	134,69
Varianza	93.796,27	9,00%	43.724,82	950,58	36.136,21	18.140,98
Skewness	0,97	0,01	2,52	1,05	2,52	1,05
Kurtosis	4,75	3,02	11,27	3,09	11,27	3,09
Mínimo	321,54	–113,46%	0,00	0,00	0,00	0,00
Máximo	3.431,21	123,29%	2.431,21	678,46	2.210,19	616,78
Error estánd. de la media	3,13	0,31%	2,14	1,52	1,95	1,38

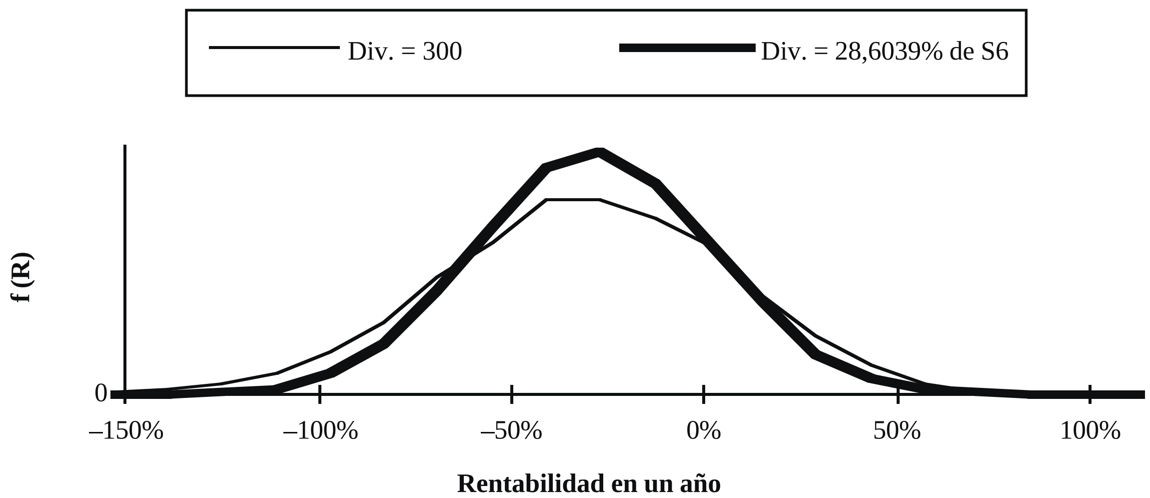
Vemos, pues, que la fórmula de Black y Scholes ajustada para dividendos es correcta cuando el dividendo se espera que sea un porcentaje del precio de la acción en el momento del reparto del mismo, pero es sólo una aproximación cuando el dividendo que se espera es una cantidad fija.

La razón de esta discrepancia puede verse más clara en la Tabla 8 y en la Figura 15. En ambos casos, el valor esperado del dividendo es 300 pesetas. La Figura 15 (al igual que la skewness y la kurtosis de la rentabilidad de la acción en la Tabla 8), permite ver que la distribución de la rentabilidad es normal (9) en caso de que el dividendo sea un porcentaje del precio de la acción, pero se aleja de la normal si el dividendo es una cantidad fija (en este caso 300 pesetas) (10). Además, la desviación estándar de la rentabilidad es sensiblemente mayor de 30%, que es la volatilidad esperada de la acción. Nótese que en el caso de que el dividendo esperado sea un porcentaje del precio de la acción, la rentabilidad resulta normal y su desviación estándar es 30%.

Tabla 8. Diferencia entre la distribución final del precio de la acción y de su rentabilidad anual según que el dividendo de dentro de seis meses sea igual al 28,60387768% del valor de la acción en ese momento o que sea 300 pesetas. El valor esperado del dividendo en ambos casos es 300 pesetas. S = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%

	Dividendo = 300 pesetas		Dividendo = 28,60387768% S6	
	Valor final de la acción	Rentabilidad de la acción	Valor final de la acción	Rentabilidad de la acción
Simulaciones	7.500	7.500	7.500	7.500
Media	785,86	–30,97%	785,72	–28,66%
Desviación estándar	296,08	37,42%	242,50	30,15%
Varianza	87.660,74	14,00%	58.806,08	9,09%
Skewness	1,02	-0,16	0,96	0,00
Kurtosis	4,98	3,11	4,75	2,99
Mínimo	159,33	–183,68%	237,83	–143,62%
Máximo	2.765,34	101,72%	2.469,32	90,39%
Error estándar de la media	3,42	0,43%	2,80	0,35%

Figura 15. Diferencia de la distribución de la rentabilidad anual de la acción según que el dividendo de dentro de seis meses sea igual al 28,60387768% del valor de la acción en ese momento o que sea 300 pesetas. El valor esperado del dividendo en ambos casos es 300 pesetas. S = 1.000; r = 10%; t = 1 año; σ= 30%



7. Valoración por simulación del corredor

7.1. Descripción del corredor

Corredor («Synthetic Peseta IBEX Corridor Note»). Bono a 1 año con cupón del 15,5% en pesetas cada día que el IBEX 35 permanezca dentro del intervalo (corredor) comprendido entre 2.800 y 3.600. El cupón se pagará al vencimiento.

Emisor: Institución financiera española calificada AA.
Inversión mínima: 100.000 dólares.
Fecha emisión: enero de 1995. $IBEX_{emisión}$ alrededor de 3.000. Vencimiento: enero de 1996.

Cobro al vencimiento: principal más cupón (ambos en dólares):
Principal (dólares) que se cobrará al vencimiento =
= $Principal_{emisión}$ x (1 + ($SPOT_{emisión}$ – $SPOT_{vencimiento}$)/$SPOT_{vencimiento}$)
Cupón en dólares que se cobrará al vencimiento =
$Principal_{emisión}$ x (Días/250) x 15,5% x (1 + ($SPOT_{emisión}$ – $SPOT_{vencimiento}$)/ $SPOT_{vencimiento}$)
Días = número de días en los que 2.800 ≤ cierre diario del IBEX 35 ≤ 3.600.
$SPOT_{emisión}$ = cambio ptas./dólar en la emisión. $SPOT_{vencimiento}$ = Cambio ptas./dólar en la fecha de vencimiento.
250 = días de contratación en que cotizará el IBEX 35 en el próximo año.
Precio de emisión del bono: par.

El número de días mínimo en el que el IBEX 35 ha de estar entre 2.800 y 3.600 para que un inversor prefiera este instrumento a otro de renta fija equivalente, es 170 (10,54%).

7.2. Análisis previo del corredor

A primera vista, el corredor parece ligado al tipo de cambio ptas./dólar, pero resulta idéntico a una inversión en pesetas, como se aprecia en el siguiente ejemplo.

Inversión = 1 millón de dólares (132 millones de pesetas)

Fecha emisión: enero de 1995
Vencimiento: enero de 1996
SPOTemisión = 132 ptas./dólar
días = 125
SPOTvencimiento = 264 ptas./dólar

Cobro al vencimiento: principal más cupón (ambos en dólares)
Principal (dólares) = 1 millón de dólares x (1 + (132 – 264)/264) = 0,5 millones de dólares = 132 millones de pesetas

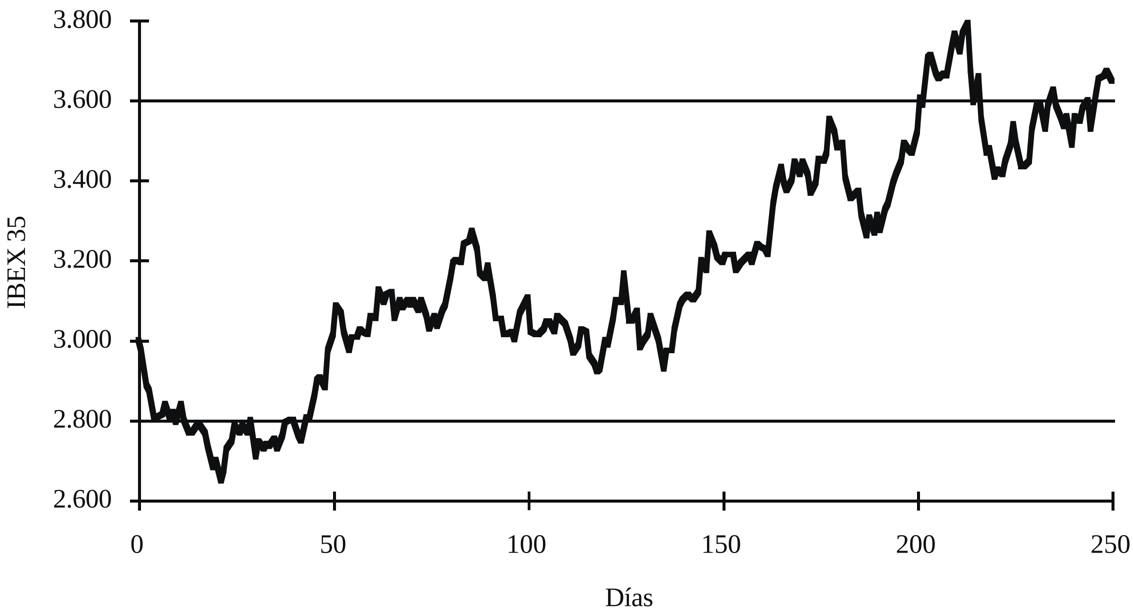
Cupón en dólares (ajustado por la variación de la peseta respecto al dólar desde la emisión):

1 millón de dólares x (125/250) x 15,5% x (1 + (132 – 264)/264) = 0,03875 millones de dólares = 10,23 millones de pesetas
10,23/132 = 7,75%.

7.3. Valoración por simulación del corredor

La Figura 16 presenta una de las posibles trayectorias del corredor. El IBEX inicial es 3.000 puntos, la volatilidad anual 20%, el tipo de interés sin riesgo 10%, el dividendo anual de las acciones que lo componen 4%, y la rentabilidad esperada (μ) 7,531%. Siguiendo la trayectoria de esta Figura, el IBEX 35 habría estado un total de 198 días entre los límites que constituyen el corredor (2.800 y 3.600).

Figura 16. Valoración por simulación del corredor. Una trayectoria
IBEX inicial = 3.000. Dividendo anual = 4%
Número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600 en esta trayectoria = 198
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%
1 + interés sin riesgo anual =1,1. μ = 0,07531



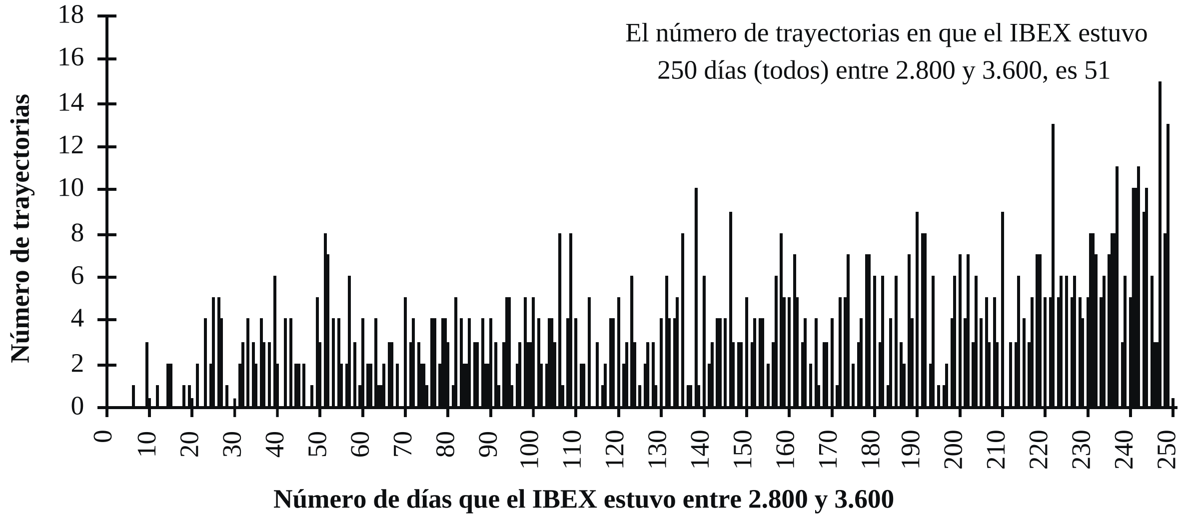
La Tabla 9 muestra los resultados de la valoración del corredor por simulación (1.000 trayectorias) utilizando los mismos parámetros de la Figura 16. Lo que se pretende averiguar mediante la simulación es el número de días en los que el IBEX 35 va a estar entre los límites señalados por el corredor. El número medio de días resultante es aproximadamente 158, mientras que el IBEX 35 promedio durante el período (1 año) ha sido 3.089,82 (apenas existe revalorización). La media del IBEX máximo de la simulación se sitúa en 3.609,73, ligeramente por encima del límite máximo del corredor, mientras que la media del IBEX mínimo es 2.627,73. De aquí se puede deducir que en los días en los que el índice ha estado fuera de los límites marcados por el corredor, una gran parte de ellos, el IBEX 35 se ha situado por debajo del límite inferior (2.800).

Tabla 9. Valoración por simulación del corredor.
1.000 trayectorias. IBEX inicial = 3.000. Dividendo anual = 4%.
Número días = número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. μ = 0,07531

	Número días	**IBEX promedio**	**IBEX máximo**	**IBEX mínimo**
Simulaciones	1.000	1.000	1.000	1.000
Media	**158,02**	**3.089,82**	**3.609,73**	**2.627,73**
Desviación estándar	69,88	368,03	498,38	283,89
Skewness	–0,37	0,41	1,08	–0,73
Curtosis	1,92	3,19	3,99	2,91
Mínimo	6,00	2.176,24	2.935,34	1.678,51
Máximo	250,00	4.473,56	5.741,55	3.078,50
Error estándar de la media	2,21	11,64	15,76	8,98

La Figura 17 muestra la distribución del número de días en los que el IBEX 35 estuvo entre los valores marcados por el corredor. Como se observa, el mayor número de trayectorias en dicha distribución se encuentra en la parte derecha, es decir, existen muchas trayectorias en las que durante todos o casi todos los días del año el IBEX 35 se ha situado entre los valores límite del corredor. Como dato puntual, en 51 trayectorias el índice cotizó entre 2.800 y 2.600 todos los días.

Figura 17. Valoración por simulación del corredor.
1.000 trayectorias. IBEX inicial = 3.000
Distribución del número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. μ = 0,07531



La Tabla 10 muestra los resultados de una segunda valoración del corredor, esta vez utilizando en la simulación 2.074 trayectorias. Como se puede apreciar en comparación con la Tabla 9, aumentando el número de trayectorias simuladas se incrementa ligeramente la media de todas las variables contempladas (número de días, IBEX promedio, IBEX máximo e IBEX mínimo).

Tabla 10. Segunda valoración por simulación del corredor.
2.074 trayectorias. IBEX inicial = 3.000. Dividendo anual = 4%
Número días = número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. μ = 0,07531

	Número días	IBEX promedio	IBEX máximo	IBEX mínimo
Simulaciones	2.074	2.074	2.074	2.074
Media	**159,63**	**3.094,11**	**3.612,58**	**2.632,83**
Desviación estándar	69,12	368,79	496,11	290,31
Skewness	–0,42	0,30	1,06	–0,81
Curtosis	2,03	3,10	4,00	3,15
Mínimo	5,00	2.112,01	2.928,52	1.467,02
Máximo	250,00	4.563,23	5.839,02	3.095,25
Error estándar de la media	1,52	8,10	10,89	6,37

7.4. Influencia de la volatilidad en el corredor

Para poder observar el efecto que tiene en la valoración del corredor una variación de la volatilidad del IBEX 35, se ha realizado otra simulación (508 trayectorias), pero esta vez utilizando una volatilidad del 16%. Nótese como también la rentabilidad esperada (μ) experimenta una variación, ya que uno de los parámetros utilizados para su cálculo es precisamente la volatilidad, véase fórmula (4).

Si se compara la Tabla 11 con la 9, se observa que una disminución de la volatilidad del índice hace que se incremente el número de días medio en los que el IBEX 35 permanece entre 2.800 y 3.600. También aumenta ligeramente el IBEX promedio (3.094,20), mientras que el abanico marcado por el IBEX máximo y el IBEX mínimo se estrecha, como consecuencia lógica de esa disminución de la volatilidad. Así pues, al inversor le interesará que el IBEX 35 tenga la mínima volatilidad posible, ya que ello implica un mayor número de días dentro de las bandas y, consecuentemente, una mayor rentabilidad a percibir.

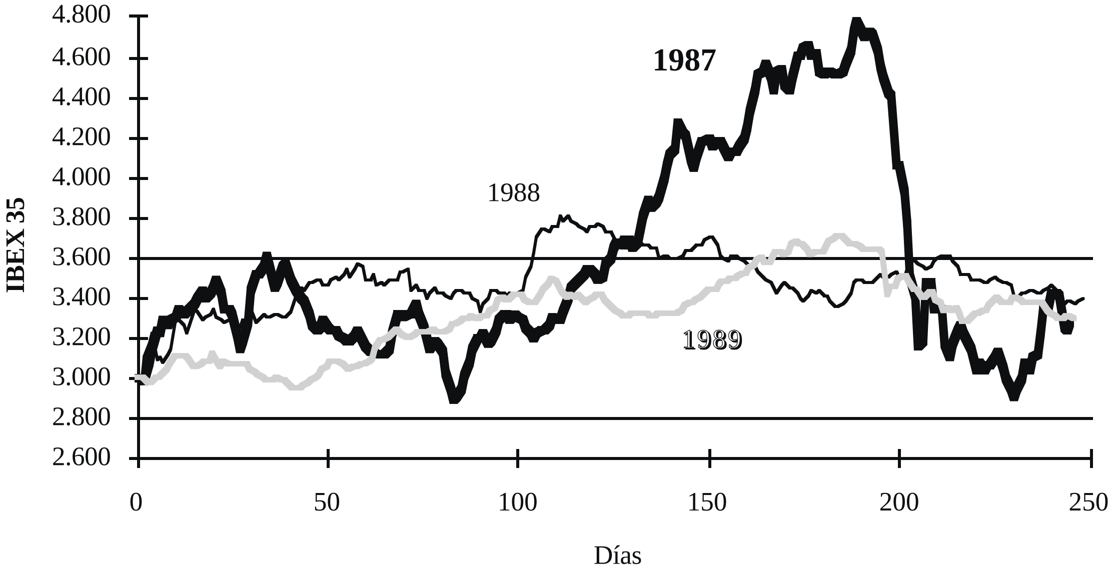
Tabla 11. Valoración por simulación del corredor.
508 trayectorias. IBEX inicial = 3.000. Dividendo anual = 4%
Número días = número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 16%
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. μ = 0,08251

	Número días	**IBEX promedio**	**IBEX máximo**	**IBEX mínimo**
Simulaciones	508	508	508	508
Media	**179,80**	**3.094,20**	**3.512,47**	**2.722,24**
Desviación estándar	66,32	294,20	392,30	234,09
Skewness	–0,75	0,09	0,87	–0,90
Curtosis	2,47	2,73	3,61	3,38
Mínimo	10,00	2.328,68	2.935,77	1.760,95
Máximo	250,00	3.994,91	5.033,37	3.042,24
Error estándar media	2,94	13,05	17,41	10,39

7.5. Simulación histórica del corredor

Seguidamente vamos a analizar cuál habría sido el número de días que el corredor hubiese permanecido entre 2.800 y 3.600 si el IBEX 35 se hubiese comportado tal y como lo ha hecho históricamente. En la Figura 18 aparecen las trayectorias que tendría el IBEX 35 si, partiendo de un valor inicial de 3.000 puntos, hubiese seguido una evolución idéntica a la de los años 1987, 1988 y 1989. Como resultado, obtenemos que el IBEX 35 estaría dentro de los límites del corredor 166, 192 y 217 días, respectivamente.

Figura 18. Simulación histórica del corredor. Las trayectorias suponen que, partiendo de un IBEX inicial de 3.000, el IBEX se hubiera comportado como lo hizo en los años 1987, 1988 y 1989
Número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600:
166 en 1987, 192 en 1988 y 217 en 1989



En la Figura 19 se realiza la misma simulación que en la anterior, pero teniendo en cuenta el comportamiento seguido por el IBEX 35 durante los años 1990, 1991 y 1992. En estos casos, el número de días en los que el IBEX 35 se situó entre 2.800 y 2.600 fue 66, 93 y 136 días, respectivamente.

Finalmente, la Figura 20 presenta la simulación con las rentabilidades obtenidas durante los años 1993 y 1994, siendo 100 y 120, respectivamente, el número de días en esos años que el índice estuvo entre los límites marcados por el corredor.

Nótese cómo, a excepción de los años 1988 y 1989, el inversor hubiese resultado perjudicado si hubiese suscrito el corredor en lugar de haber realizado su inversión en instrumentos de renta fija equivalentes.

Figura 19. Simulación histórica del corredor. Las trayectorias suponen que, partiendo de un IBEX inicial de 3.000, el IBEX se hubiera comportado como lo hizo en los años 1990, 1991 y 1992
Número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600: 66 en 1990, 93 en 1991 y 136 en 1992

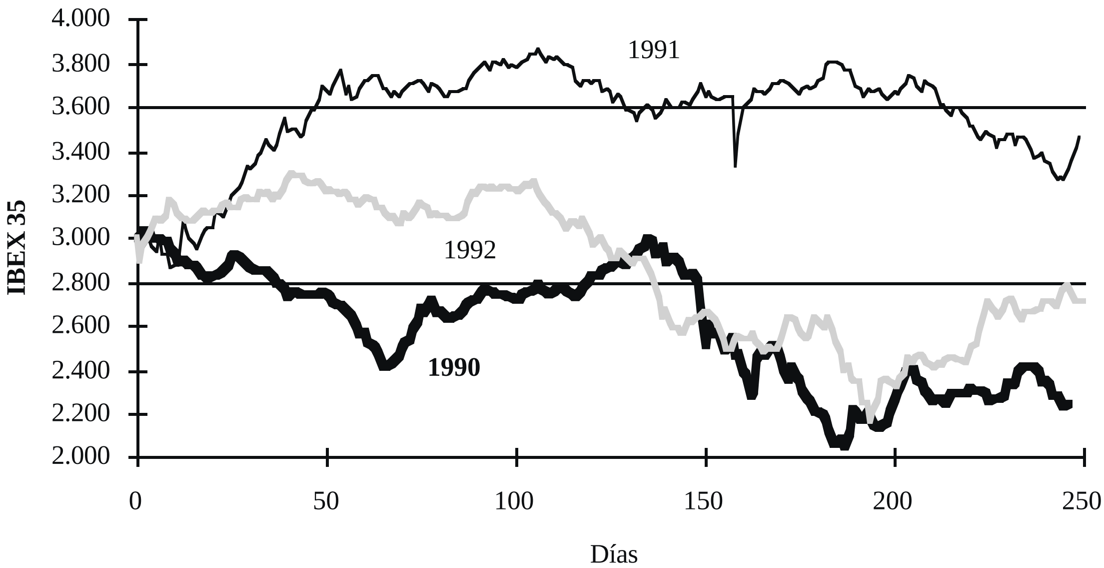
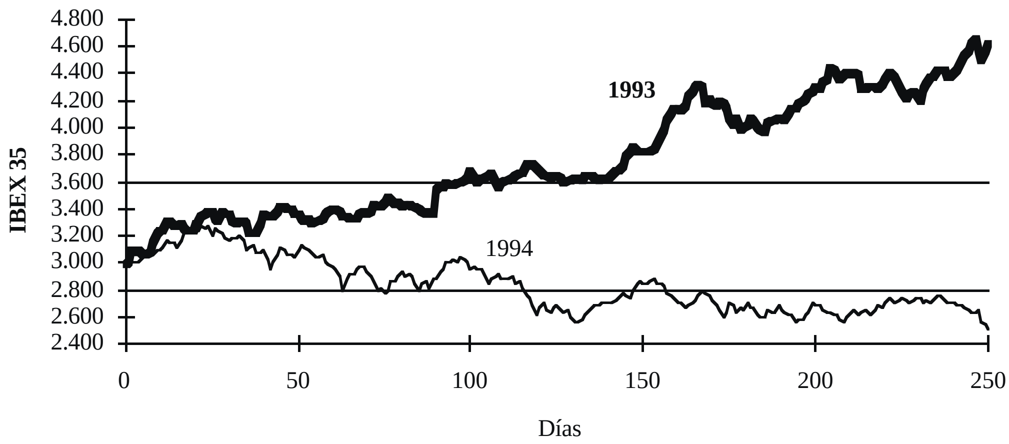


Figura 20. Simulación histórica del corredor. Las trayectorias suponen que, partiendo de un IBEX inicial de 3.000, el IBEX se hubiera comportado como lo hizo en los años 1993 y 1994
Número de días en que el IBEX estuvo entre 2.800 y 3.600: 100 en 1993 y 120 en 1994



7.6. Otros datos interesantes de la simulación

La Figura 21 muestra la distribución del valor promedio del IBEX 35 correspondiente a la simulación recogida en la Tabla 9. Nótese cómo dicha distribución se asemeja notablemente a una distribución normal.

Las Figuras 22 y 23 presentan la distribución del valor máximo y mínimo del IBEX 35, respectivamente. Se puede apreciar que éstas no son aproximables a ningún tipo de distribución de probabilidad conocida. Sin embargo, la distribución de la variable que se obtiene de restar el valor máximo y el mínimo del IBEX 35, y que se muestra en la Figura 24, sí que se puede aproximar a una distribución lognormal.

Figura 21. Valoración por simulación (1.000 trayectorias) del IBEX 35.
IBEX inicial = 3.000
Distribución del valor promedio del IBEX durante 1 año (250 días)
Volatilidad anual = 20%. RF = 1,1. μ = 0,07531

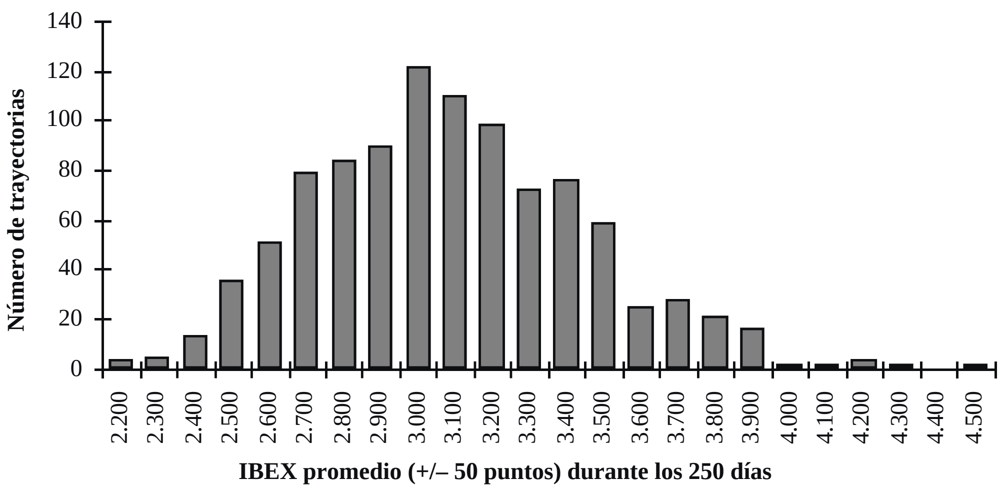


Figura 22. Valoración por simulación (1.000 trayectorias) del IBEX 35.
IBEX inicial = 3.000
Distribución del valor máximo del IBEX durante 1 año.
Días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%. R_F = 1,1. μ = 0,07531

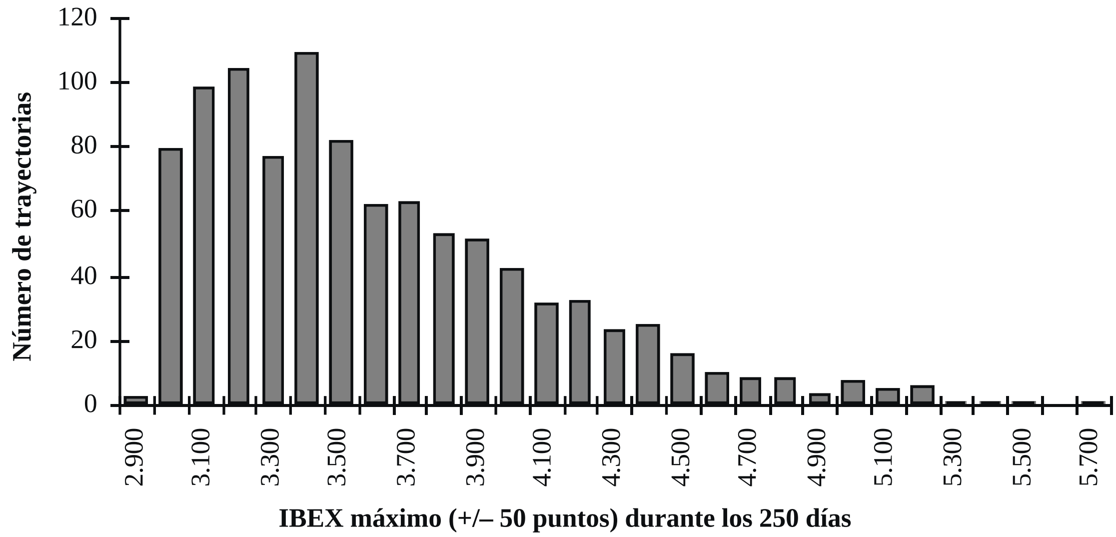


Figura 23. Valoración por simulación (1.000 trayectorias) del IBEX 35.
IBEX inicial = 3.000
Distribución del valor mínimo del IBEX durante 1 año.
Días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%. RF = 1,1. μ = 0,07531

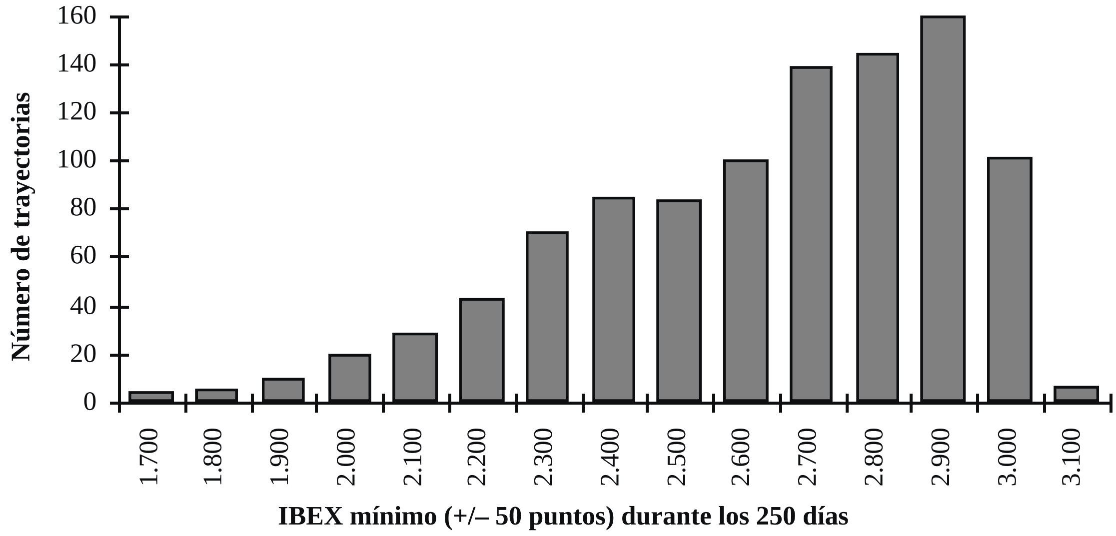
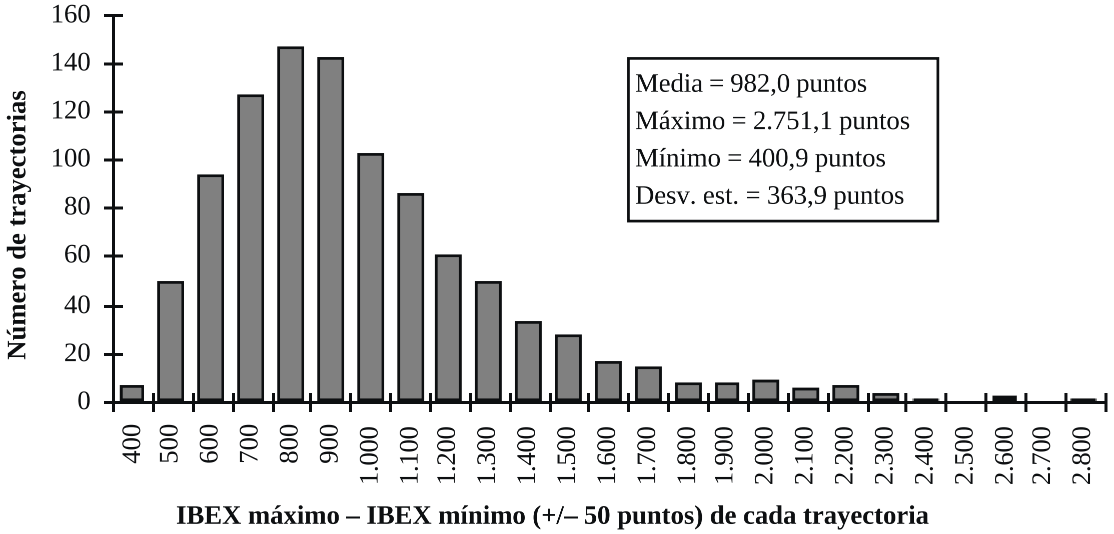


Figura 24. Valoración por simulación (1.000 trayectorias) del IBEX 35.
IBEX inicial = 3.000
Distribución del (valor máximo – valor mínimo) del IBEX durante 1 año.
Días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%. RF = 1,1. μ = 0,07531



La Tabla 12 presenta la probabilidad de que la cotización del IBEX 35 se sitúe entre 2.800 y 3.600 puntos, dado un determinado número de días transcurridos y siendo el IBEX inicial 3.000 puntos. Esta probabilidad se presenta para distintos valores de volatilidad (16%, 20%, 25%, 30% y 35%). Se supone que no se reparten dividendos y que la tasa de interés sin riesgo es 10%.

La suma de todas las probabilidades nos muestra el número esperado de días en los que el valor del IBEX 35 va a estar entre los límites marcados por el corredor. Nótese que las variaciones en la volatilidad afectan del mismo modo que señalamos en el apartado 7.4: un incremento en la volatilidad hace que disminuya el número esperado de días de permanencia del IBEX 35 entre 2.800 y 3.600.

La Figura 25 muestra gráficamente lo que acabamos de comentar.

La Tabla 13 es idéntica a la 12, pero en ella suponemos que se reparten unos dividendos anuales del 4%. Nótese, comparando ambas Tablas, que el dividendo afecta, en términos de un menor valor, al número esperado de días en los que el IBEX 35 se situará entre los valores determinados por el corredor.

Supongamos ahora que en vez de tener un corredor cuyos límites son 2.800 y 2.600, existe un corredor en el que el máximo es variable y el mínimo es el máximo menos 800 puntos. La Figura 26 muestra el número esperado de días en los que el IBEX 35 permanece entre los límites de este nuevo corredor en función de cuál sea el valor del límite máximo. Nótese que el valor esperado del número de días entre los límites presenta su mayor valor cuando el límite máximo del corredor se sitúa en torno a 3.400. De este modo, vemos que el intervalo del corredor se sitúa entre 2.600 y 3.400, coincidiendo precisamente el valor medio del mismo (3.000) con el valor del IBEX inicial.

Tabla 12
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos = 0
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
1	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9991
2	1,0000	0,9999	0,9991	0,9951	0,9865
3	1,0000	0,9993	0,9946	0,9829	0,9649
4	0,9997	0,9972	0,9866	0,9671	0,9419
5	0,9991	0,9937	0,9766	0,9505	0,9203
6	0,9979	0,9888	0,9657	0,9345	0,9006
7	0,9961	0,9832	0,9547	0,9195	0,8828
8	0,9938	0,9770	0,9439	0,9055	0,8666
9	0,9911	0,9706	0,9335	0,8925	0,8516
10	0,9881	0,9641	0,9236	0,8804	0,8377
11	0,9848	0,9576	0,9143	0,8690	0,8246
12	0,9813	0,9512	0,9053	0,8583	0,8123
13	0,9777	0,9450	0,8969	0,8481	0,8005
14	0,9741	0,9390	0,8888	0,8384	0,7893
15	0,9704	0,9331	0,8811	0,8291	0,7786
16	0,9667	0,9275	0,8737	0,8202	0,7683
17	0,9631	0,9220	0,8666	0,8116	0,7584
18	0,9595	0,9167	0,8597	0,8033	0,7489
19	0,9560	0,9116	0,8531	0,7952	0,7397
20	0,9525	0,9067	0,8466	0,7874	0,7308
21	0,9491	0,9019	0,8404	0,7799	0,7222
22	0,9458	0,8972	0,8343	0,7725	0,7139
23	0,9426	0,8927	0,8283	0,7653	0,7058
24	0,9394	0,8883	0,8225	0,7584	0,6981
25	0,9363	0,8840	0,8169	0,7516	0,6905
26	0,9333	0,8798	0,8113	0,7449	0,6832
27	0,9303	0,8757	0,8059	0,7385	0,6760
28	0,9274	0,8716	0,8005	0,7321	0,6691
29	0,9245	0,8677	0,7953	0,7260	0,6624
30	0,9218	0,8638	0,7902	0,7199	0,6559
31	0,9190	0,8600	0,7851	0,7140	0,6495
32	0,9164	0,8562	0,7802	0,7083	0,6434
33	0,9137	0,8525	0,7753	0,7026	0,6373
34	0,9111	0,8488	0,7705	0,6971	0,6315
35	0,9086	0,8452	0,7658	0,6917	0,6258
36	0,9061	0,8417	0,7611	0,6864	0,6202
37	0,9036	0,8381	0,7566	0,6813	0,6148
38	0,9012	0,8347	0,7521	0,6762	0,6095
39	0,8987	0,8312	0,7477	0,6712	0,6044
40	0,8964	0,8278	0,7433	0,6664	0,5993
41	0,8940	0,8245	0,7390	0,6616	0,5944
42	0,8917	0,8211	0,7348	0,6569	0,5896
43	0,8894	0,8178	0,7306	0,6523	0,5849
44	0,8871	0,8146	0,7265	0,6478	0,5803
45	0,8848	0,8113	0,7225	0,6434	0,5758
46	0,8825	0,8081	0,7185	0,6391	0,5714
47	0,8803	0,8049	0,7145	0,6348	0,5672
48	0,8781	0,8018	0,7107	0,6307	0,5630
49	0,8759	0,7987	0,7068	0,6266	0,5589
50	0,8737	0,7956	0,7031	0,6226	0,5548

Tabla 12 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos = 0
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
51	0,8715	0,7925	0,6994	0,6186	0,5509
52	0,8693	0,7895	0,6957	0,6147	0,5470
53	0,8672	0,7865	0,6921	0,6109	0,5433
54	0,8650	0,7835	0,6885	0,6072	0,5395
55	0,8629	0,7805	0,6850	0,6035	0,5359
56	0,8607	0,7776	0,6815	0,5999	0,5324
57	0,8586	0,7747	0,6781	0,5963	0,5289
58	0,8565	0,7718	0,6747	0,5929	0,5254
59	0,8544	0,7689	0,6714	0,5894	0,5221
60	0,8523	0,7661	0,6681	0,5860	0,5188
61	0,8502	0,7632	0,6649	0,5827	0,5155
62	0,8481	0,7604	0,6617	0,5794	0,5123
63	0,8460	0,7577	0,6585	0,5762	0,5092
64	0,8440	0,7549	0,6554	0,5730	0,5061
65	0,8419	0,7522	0,6523	0,5699	0,5031
66	0,8398	0,7495	0,6493	0,5668	0,5002
67	0,8378	0,7468	0,6462	0,5638	0,4973
68	0,8357	0,7441	0,6433	0,5608	0,4944
69	0,8337	0,7415	0,6403	0,5579	0,4916
70	0,8316	0,7388	0,6374	0,5550	0,4888
71	0,8296	0,7362	0,6346	0,5522	0,4861
72	0,8276	0,7337	0,6318	0,5494	0,4834
73	0,8256	0,7311	0,6290	0,5466	0,4808
74	0,8235	0,7286	0,6262	0,5439	0,4782
75	0,8215	0,7260	0,6235	0,5412	0,4756
76	0,8195	0,7235	0,6208	0,5385	0,4731
77	0,8175	0,7210	0,6181	0,5359	0,4706
78	0,8155	0,7186	0,6155	0,5333	0,4682
79	0,8136	0,7161	0,6129	0,5308	0,4658
80	0,8116	0,7137	0,6103	0,5283	0,4634
81	0,8096	0,7113	0,6078	0,5258	0,4611
82	0,8076	0,7089	0,6053	0,5234	0,4588
83	0,8057	0,7066	0,6028	0,5210	0,4565
84	0,8037	0,7042	0,6003	0,5186	0,4543
85	0,8018	0,7019	0,5979	0,5162	0,4521
86	0,7998	0,6995	0,5955	0,5139	0,4499
87	0,7979	0,6973	0,5931	0,5116	0,4478
88	0,7960	0,6950	0,5907	0,5094	0,4457
89	0,7940	0,6927	0,5884	0,5072	0,4436
90	0,7921	0,6905	0,5861	0,5050	0,4416
91	0,7902	0,6882	0,5838	0,5028	0,4395
92	0,7883	0,6860	0,5816	0,5006	0,4376
93	0,7864	0,6838	0,5794	0,4985	0,4356
94	0,7845	0,6816	0,5771	0,4964	0,4336
95	0,7826	0,6795	0,5750	0,4944	0,4317
96	0,7807	0,6773	0,5728	0,4923	0,4298
97	0,7788	0,6752	0,5707	0,4903	0,4280
98	0,7770	0,6731	0,5686	0,4883	0,4261
99	0,7751	0,6710	0,5665	0,4863	0,4243
100	0,7732	0,6689	0,5644	0,4844	0,4225

Tabla 12 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos = 0
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
101	0,7714	0,6668	0,5623	0,4825	0,4207
102	0,7695	0,6648	0,5603	0,4806	0,4190
103	0,7677	0,6628	0,5583	0,4787	0,4172
104	0,7659	0,6607	0,5563	0,4768	0,4155
105	0,7640	0,6587	0,5543	0,4750	0,4138
106	0,7622	0,6567	0,5524	0,4732	0,4122
107	0,7604	0,6548	0,5504	0,4714	0,4105
108	0,7586	0,6528	0,5485	0,4696	0,4089
109	0,7568	0,6508	0,5466	0,4678	0,4073
110	0,7550	0,6489	0,5447	0,4661	0,4057
111	0,7532	0,6470	0,5429	0,4644	0,4041
112	0,7514	0,6451	0,5410	0,4627	0,4026
113	0,7496	0,6432	0,5392	0,4610	0,4010
114	0,7479	0,6413	0,5374	0,4593	0,3995
115	0,7461	0,6394	0,5356	0,4576	0,3980
116	0,7444	0,6376	0,5338	0,4560	0,3965
117	0,7426	0,6357	0,5321	0,4544	0,3950
118	0,7409	0,6339	0,5303	0,4528	0,3936
119	0,7391	0,6321	0,5286	0,4512	0,3921
120	0,7374	0,6303	0,5269	0,4496	0,3907
121	0,7357	0,6285	0,5252	0,4481	0,3893
122	0,7340	0,6267	0,5235	0,4466	0,3879
123	0,7323	0,6249	0,5218	0,4450	0,3865
124	0,7306	0,6232	0,5202	0,4435	0,3852
125	0,7289	0,6214	0,5185	0,4420	0,3838
126	0,7272	0,6197	0,5169	0,4406	0,3825
127	0,7255	0,6180	0,5153	0,4391	0,3812
128	0,7238	0,6163	0,5137	0,4376	0,3798
129	0,7221	0,6146	0,5121	0,4362	0,3786
130	0,7205	0,6129	0,5106	0,4348	0,3773
131	0,7188	0,6112	0,5090	0,4334	0,3760
132	0,7172	0,6096	0,5075	0,4320	0,3747
133	0,7155	0,6079	0,5059	0,4306	0,3735
134	0,7139	0,6063	0,5044	0,4292	0,3723
135	0,7123	0,6046	0,5029	0,4279	0,3710
136	0,7106	0,6030	0,5014	0,4265	0,3698
137	0,7090	0,6014	0,4999	0,4252	0,3686
138	0,7074	0,5998	0,4985	0,4239	0,3674
139	0,7058	0,5982	0,4970	0,4226	0,3663
140	0,7042	0,5967	0,4956	0,4213	0,3651
141	0,7026	0,5951	0,4941	0,4200	0,3640
142	0,7010	0,5935	0,4927	0,4187	0,3628
143	0,6994	0,5920	0,4913	0,4174	0,3617
144	0,6979	0,5904	0,4899	0,4162	0,3606
145	0,6963	0,5889	0,4885	0,4150	0,3594
146	0,6947	0,5874	0,4871	0,4137	0,3583
147	0,6932	0,5859	0,4858	0,4125	0,3573
148	0,6916	0,5844	0,4844	0,4113	0,3562
149	0,6901	0,5829	0,4831	0,4101	0,3551
150	0,6886	0,5814	0,4817	0,4089	0,3540

Tabla 12 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos = 0
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	**σ= 16%**	**σ= 20%**	**σ= 25%**	**σ= 30%**	**σ= 35%**
151	0,6870	0,5800	0,4804	0,4077	0,3530
152	0,6855	0,5785	0,4791	0,4066	0,3519
153	0,6840	0,5770	0,4778	0,4054	0,3509
154	0,6825	0,5756	0,4765	0,4042	0,3499
155	0,6810	0,5742	0,4752	0,4031	0,3489
156	0,6795	0,5727	0,4739	0,4020	0,3479
157	0,6780	0,5713	0,4727	0,4008	0,3469
158	0,6765	0,5699	0,4714	0,3997	0,3459
159	0,6750	0,5685	0,4702	0,3986	0,3449
160	0,6735	0,5671	0,4689	0,3975	0,3439
161	0,6721	0,5657	0,4677	0,3964	0,3429
162	0,6706	0,5644	0,4665	0,3954	0,3420
163	0,6691	0,5630	0,4653	0,3943	0,3410
164	0,6677	0,5616	0,4641	0,3932	0,3401
165	0,6662	0,5603	0,4629	0,3922	0,3392
166	0,6648	0,5589	0,4617	0,3911	0,3382
167	0,6634	0,5576	0,4605	0,3901	0,3373
168	0,6619	0,5563	0,4593	0,3891	0,3364
169	0,6605	0,5549	0,4582	0,3881	0,3355
170	0,6591	0,5536	0,4570	0,3870	0,3346
171	0,6577	0,5523	0,4559	0,3860	0,3337
172	0,6563	0,5510	0,4547	0,3850	0,3328
173	0,6549	0,5497	0,4536	0,3840	0,3319
174	0,6535	0,5485	0,4525	0,3831	0,3311
175	0,6521	0,5472	0,4514	0,3821	0,3302
176	0,6507	0,5459	0,4503	0,3811	0,3293
177	0,6493	0,5447	0,4492	0,3802	0,3285
178	0,6480	0,5434	0,4481	0,3792	0,3277
179	0,6466	0,5422	0,4470	0,3782	0,3268
180	0,6452	0,5409	0,4459	0,3773	0,3260
181	0,6439	0,5397	0,4448	0,3764	0,3252
182	0,6425	0,5385	0,4438	0,3754	0,3243
183	0,6412	0,5372	0,4427	0,3745	0,3235
184	0,6398	0,5360	0,4417	0,3736	0,3227
185	0,6385	0,5348	0,4406	0,3727	0,3219
186	0,6372	0,5336	0,4396	0,3718	0,3211
187	0,6358	0,5324	0,4385	0,3709	0,3203
188	0,6345	0,5313	0,4375	0,3700	0,3196
189	0,6332	0,5301	0,4365	0,3691	0,3188
190	0,6319	0,5289	0,4355	0,3683	0,3180
191	0,6306	0,5277	0,4345	0,3674	0,3172
192	0,6293	0,5266	0,4335	0,3665	0,3165
193	0,6280	0,5254	0,4325	0,3657	0,3157
194	0,6267	0,5243	0,4315	0,3648	0,3150
195	0,6254	0,5231	0,4305	0,3640	0,3142
196	0,6241	0,5220	0,4296	0,3631	0,3135
197	0,6229	0,5209	0,4286	0,3623	0,3127
198	0,6216	0,5197	0,4276	0,3614	0,3120
199	0,6203	0,5186	0,4267	0,3606	0,3113
200	0,6191	0,5175	0,4257	0,3598	0,3106

Tabla 12 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos = 0
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
201	0,6178	0,5164	0,4248	0,3590	0,3099
202	0,6166	0,5153	0,4239	0,3582	0,3091
203	0,6153	0,5142	0,4229	0,3574	0,3084
204	0,6141	0,5131	0,4220	0,3566	0,3077
205	0,6128	0,5120	0,4211	0,3558	0,3070
206	0,6116	0,5110	0,4202	0,3550	0,3064
207	0,6104	0,5099	0,4193	0,3542	0,3057
208	0,6092	0,5088	0,4184	0,3534	0,3050
209	0,6080	0,5078	0,4175	0,3527	0,3043
210	0,6067	0,5067	0,4166	0,3519	0,3036
211	0,6055	0,5057	0,4157	0,3511	0,3030
212	0,6043	0,5046	0,4148	0,3504	0,3023
213	0,6031	0,5036	0,4139	0,3496	0,3016
214	0,6019	0,5025	0,4130	0,3489	0,3010
215	0,6007	0,5015	0,4122	0,3481	0,3003
216	0,5996	0,5005	0,4113	0,3474	0,2997
217	0,5984	0,4995	0,4105	0,3466	0,2990
218	0,5972	0,4984	0,4096	0,3459	0,2984
219	0,5960	0,4974	0,4087	0,3452	0,2978
220	0,5949	0,4964	0,4079	0,3445	0,2971
221	0,5937	0,4954	0,4071	0,3437	0,2965
222	0,5925	0,4944	0,4062	0,3430	0,2959
223	0,5914	0,4934	0,4054	0,3423	0,2953
224	0,5902	0,4925	0,4046	0,3416	0,2946
225	0,5891	0,4915	0,4038	0,3409	0,2940
226	0,5880	0,4905	0,4029	0,3402	0,2934
227	0,5868	0,4895	0,4021	0,3395	0,2928
228	0,5857	0,4886	0,4013	0,3388	0,2922
229	0,5846	0,4876	0,4005	0,3381	0,2916
230	0,5834	0,4866	0,3997	0,3375	0,2910
231	0,5823	0,4857	0,3989	0,3368	0,2904
232	0,5812	0,4847	0,3981	0,3361	0,2899
233	0,5801	0,4838	0,3974	0,3354	0,2893
234	0,5790	0,4829	0,3966	0,3348	0,2887
235	0,5779	0,4819	0,3958	0,3341	0,2881
236	0,5768	0,4810	0,3950	0,3335	0,2875
237	0,5757	0,4801	0,3943	0,3328	0,2870
238	0,5746	0,4791	0,3935	0,3321	0,2864
239	0,5735	0,4782	0,3927	0,3315	0,2858
240	0,5724	0,4773	0,3920	0,3309	0,2853
241	0,5713	0,4764	0,3912	0,3302	0,2847
242	0,5703	0,4755	0,3905	0,3296	0,2842
243	0,5692	0,4746	0,3897	0,3289	0,2836
244	0,5681	0,4737	0,3890	0,3283	0,2831
245	0,5670	0,4728	0,3882	0,3277	0,2825
246	0,5660	0,4719	0,3875	0,3271	0,2820
247	0,5649	0,4710	0,3868	0,3264	0,2815
248	0,5639	0,4701	0,3861	0,3258	0,2809
249	0,5628	0,4693	0,3853	0,3252	0,2804
250	0,5618	0,4684	0,3846	0,3246	0,2799
suma	**186,5**	**163,9**	**141,5**	**124,0**	**110,1**

Figura 25
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos = 0
Número de días cotizados en el año = 250.
Influencia de la volatilidad en el valor esperado del número de días con la cotización entre 2.800 y 3.600

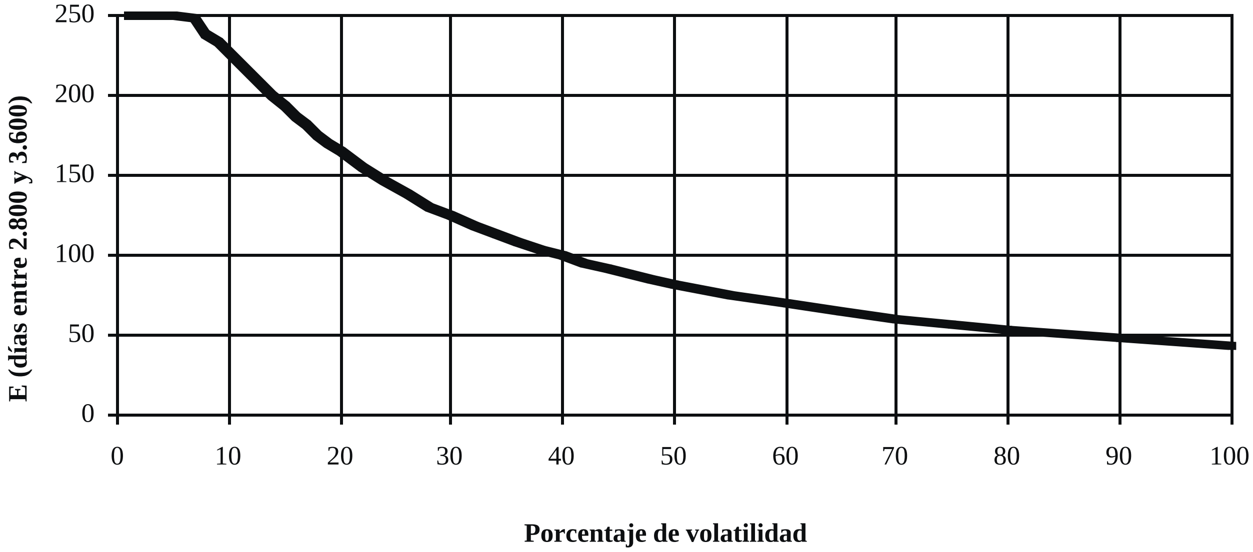


Tabla 13
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos anuales = 4%
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
1	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9991
2	1,0000	0,9999	0,9990	0,9950	0,9862
3	1,0000	0,9992	0,9943	0,9823	0,9639
4	0,9997	0,9970	0,9859	0,9658	0,9402
5	0,9990	0,9931	0,9753	0,9485	0,9178
6	0,9976	0,9879	0,9638	0,9318	0,8975
7	0,9956	0,9817	0,9521	0,9161	0,8791
8	0,9930	0,9750	0,9406	0,9014	0,8623
9	0,9899	0,9680	0,9295	0,8878	0,8468
10	0,9864	0,9608	0,9190	0,8751	0,8324
11	0,9826	0,9537	0,9089	0,8632	0,8190
12	0,9786	0,9466	0,8994	0,8520	0,8062
13	0,9745	0,9397	0,8903	0,8413	0,7942
14	0,9703	0,9331	0,8817	0,8312	0,7827
15	0,9660	0,9266	0,8734	0,8215	0,7718
16	0,9618	0,9203	0,8655	0,8123	0,7613
17	0,9575	0,9142	0,8579	0,8034	0,7512
18	0,9533	0,9083	0,8506	0,7948	0,7415
19	0,9492	0,9026	0,8435	0,7865	0,7322
20	0,9451	0,8971	0,8367	0,7785	0,7232
21	0,9411	0,8918	0,8300	0,7707	0,7145
22	0,9372	0,8866	0,8236	0,7631	0,7061
23	0,9333	0,8815	0,8174	0,7558	0,6980
24	0,9296	0,8766	0,8113	0,7487	0,6901
25	0,9259	0,8719	0,8053	0,7418	0,6825
26	0,9223	0,8672	0,7995	0,7350	0,6751
27	0,9188	0,8627	0,7938	0,7284	0,6680
28	0,9153	0,8582	0,7883	0,7220	0,6610
29	0,9119	0,8539	0,7829	0,7158	0,6543
30	0,9086	0,8496	0,7776	0,7097	0,6478
31	0,9054	0,8455	0,7724	0,7037	0,6414
32	0,9022	0,8414	0,7672	0,6979	0,6352
33	0,8991	0,8373	0,7622	0,6922	0,6292
34	0,8960	0,8334	0,7573	0,6867	0,6233
35	0,8930	0,8295	0,7525	0,6813	0,6176
36	0,8901	0,8257	0,7478	0,6759	0,6121
37	0,8872	0,8219	0,7431	0,6708	0,6067
38	0,8843	0,8182	0,7385	0,6657	0,6014
39	0,8815	0,8145	0,7340	0,6607	0,5963
40	0,8787	0,8109	0,7296	0,6558	0,5912
41	0,8760	0,8074	0,7253	0,6511	0,5863
42	0,8733	0,8039	0,7210	0,6464	0,5816
43	0,8707	0,8004	0,7168	0,6418	0,5769
44	0,8680	0,7970	0,7127	0,6374	0,5723
45	0,8655	0,7936	0,7086	0,6330	0,5679
46	0,8629	0,7903	0,7046	0,6287	0,5635
47	0,8604	0,7870	0,7006	0,6244	0,5593
48	0,8579	0,7837	0,6968	0,6203	0,5551
49	0,8554	0,7805	0,6929	0,6162	0,5510
50	0,8529	0,7773	0,6892	0,6122	0,5470

Tabla 13 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos anuales = 4%
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
51	0,8505	0,7742	0,6855	0,6083	0,5431
52	0,8481	0,7711	0,6818	0,6045	0,5393
53	0,8457	0,7680	0,6782	0,6007	0,5355
54	0,8434	0,7649	0,6747	0,5970	0,5318
55	0,8411	0,7619	0,6712	0,5933	0,5282
56	0,8387	0,7589	0,6677	0,5897	0,5247
57	0,8364	0,7560	0,6643	0,5862	0,5212
58	0,8342	0,7531	0,6610	0,5828	0,5179
59	0,8319	0,7502	0,6577	0,5794	0,5145
60	0,8297	0,7473	0,6544	0,5760	0,5113
61	0,8274	0,7445	0,6512	0,5727	0,5080
62	0,8252	0,7417	0,6481	0,5695	0,5049
63	0,8230	0,7389	0,6449	0,5663	0,5018
64	0,8209	0,7362	0,6419	0,5632	0,4988
65	0,8187	0,7334	0,6388	0,5601	0,4958
66	0,8166	0,7308	0,6358	0,5571	0,4928
67	0,8144	0,7281	0,6329	0,5541	0,4900
68	0,8123	0,7254	0,6299	0,5512	0,4871
69	0,8102	0,7228	0,6271	0,5483	0,4843
70	0,8081	0,7202	0,6242	0,5454	0,4816
71	0,8060	0,7177	0,6214	0,5426	0,4789
72	0,8040	0,7151	0,6186	0,5399	0,4763
73	0,8019	0,7126	0,6159	0,5371	0,4737
74	0,7999	0,7101	0,6132	0,5345	0,4711
75	0,7979	0,7076	0,6105	0,5318	0,4686
76	0,7959	0,7052	0,6079	0,5292	0,4661
77	0,7939	0,7028	0,6053	0,5266	0,4636
78	0,7919	0,7004	0,6027	0,5241	0,4612
79	0,7899	0,6980	0,6002	0,5216	0,4589
80	0,7879	0,6956	0,5976	0,5191	0,4565
81	0,7860	0,6933	0,5952	0,5167	0,4542
82	0,7840	0,6909	0,5927	0,5143	0,4520
83	0,7821	0,6886	0,5903	0,5120	0,4497
84	0,7802	0,6864	0,5879	0,5096	0,4475
85	0,7783	0,6841	0,5855	0,5073	0,4454
86	0,7764	0,6819	0,5832	0,5050	0,4432
87	0,7745	0,6797	0,5809	0,5028	0,4411
88	0,7726	0,6775	0,5786	0,5006	0,4390
89	0,7708	0,6753	0,5763	0,4984	0,4370
90	0,7689	0,6731	0,5741	0,4963	0,4350
91	0,7671	0,6710	0,5719	0,4941	0,4330
92	0,7652	0,6688	0,5697	0,4920	0,4310
93	0,7634	0,6667	0,5675	0,4900	0,4291
94	0,7616	0,6646	0,5654	0,4879	0,4272
95	0,7598	0,6626	0,5633	0,4859	0,4253
96	0,7580	0,6605	0,5612	0,4839	0,4234
97	0,7562	0,6585	0,5591	0,4819	0,4216
98	0,7544	0,6565	0,5570	0,4800	0,4197
99	0,7527	0,6545	0,5550	0,4780	0,4180
100	0,7509	0,6525	0,5530	0,4761	0,4162

Tabla 13 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos anuales = 4%
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
101	0,7492	0,6505	0,5510	0,4742	0,4144
102	0,7474	0,6486	0,5491	0,4724	0,4127
103	0,7457	0,6466	0,5471	0,4705	0,4110
104	0,7440	0,6447	0,5452	0,4687	0,4093
105	0,7423	0,6428	0,5433	0,4669	0,4076
106	0,7406	0,6409	0,5414	0,4651	0,4060
107	0,7389	0,6390	0,5395	0,4634	0,4044
108	0,7372	0,6372	0,5377	0,4616	0,4028
109	0,7355	0,6353	0,5358	0,4599	0,4012
110	0,7339	0,6335	0,5340	0,4582	0,3996
111	0,7322	0,6317	0,5322	0,4565	0,3981
112	0,7306	0,6299	0,5305	0,4549	0,3965
113	0,7289	0,6281	0,5287	0,4532	0,3950
114	0,7273	0,6263	0,5270	0,4516	0,3935
115	0,7257	0,6245	0,5252	0,4500	0,3920
116	0,7241	0,6228	0,5235	0,4484	0,3906
117	0,7225	0,6210	0,5218	0,4468	0,3891
118	0,7209	0,6193	0,5201	0,4453	0,3877
119	0,7193	0,6176	0,5185	0,4437	0,3863
120	0,7177	0,6159	0,5168	0,4422	0,3849
121	0,7161	0,6142	0,5152	0,4407	0,3835
122	0,7146	0,6126	0,5136	0,4392	0,3821
123	0,7130	0,6109	0,5120	0,4377	0,3808
124	0,7115	0,6093	0,5104	0,4362	0,3794
125	0,7099	0,6076	0,5088	0,4348	0,3781
126	0,7084	0,6060	0,5073	0,4333	0,3768
127	0,7069	0,6044	0,5057	0,4319	0,3755
128	0,7054	0,6028	0,5042	0,4305	0,3742
129	0,7039	0,6012	0,5027	0,4291	0,3729
130	0,7024	0,5997	0,5012	0,4277	0,3716
131	0,7009	0,5981	0,4997	0,4263	0,3704
132	0,6994	0,5965	0,4982	0,4250	0,3692
133	0,6979	0,5950	0,4967	0,4236	0,3679
134	0,6965	0,5935	0,4953	0,4223	0,3667
135	0,6950	0,5920	0,4938	0,4210	0,3655
136	0,6935	0,5904	0,4924	0,4197	0,3643
137	0,6921	0,5890	0,4910	0,4184	0,3632
138	0,6907	0,5875	0,4896	0,4171	0,3620
139	0,6892	0,5860	0,4882	0,4158	0,3608
140	0,6878	0,5845	0,4868	0,4145	0,3597
141	0,6864	0,5831	0,4854	0,4133	0,3586
142	0,6850	0,5816	0,4841	0,4120	0,3574
143	0,6836	0,5802	0,4827	0,4108	0,3563
144	0,6822	0,5788	0,4814	0,4096	0,3552
145	0,6808	0,5773	0,4801	0,4084	0,3541
146	0,6794	0,5759	0,4787	0,4072	0,3530
147	0,6780	0,5745	0,4774	0,4060	0,3520
148	0,6767	0,5732	0,4761	0,4048	0,3509
149	0,6753	0,5718	0,4749	0,4037	0,3499
150	0,6740	0,5704	0,4736	0,4025	0,3488

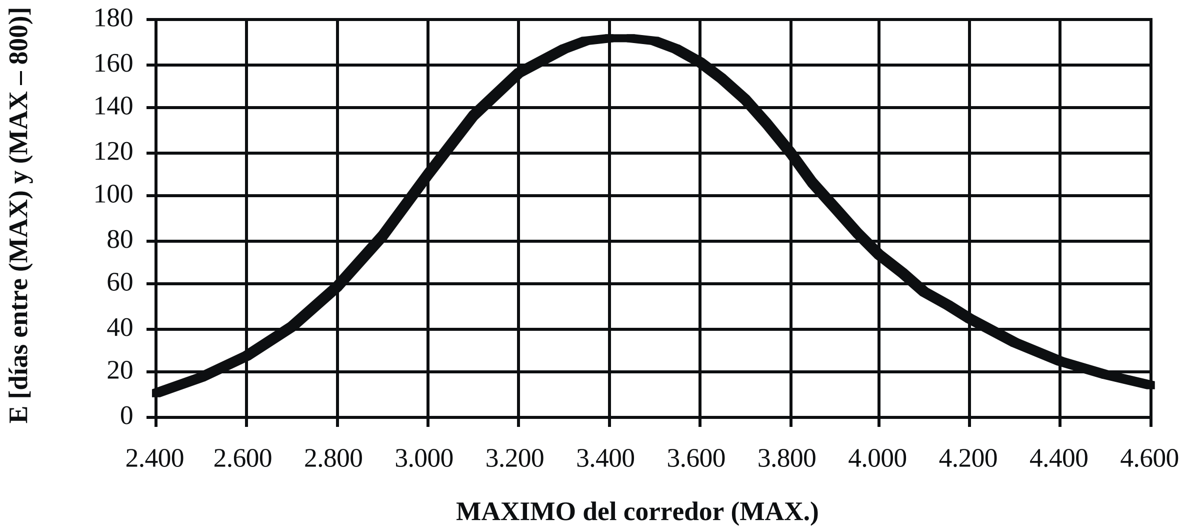
Tabla 13 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos anuales = 4%
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
151	0,6726	0,5691	0,4723	0,4014	0,3478
152	0,6713	0,5677	0,4711	0,4002	0,3467
153	0,6699	0,5664	0,4698	0,3991	0,3457
154	0,6686	0,5650	0,4686	0,3980	0,3447
155	0,6673	0,5637	0,4674	0,3969	0,3437
156	0,6660	0,5624	0,4661	0,3958	0,3427
157	0,6647	0,5611	0,4649	0,3947	0,3418
158	0,6634	0,5598	0,4637	0,3936	0,3408
159	0,6621	0,5585	0,4625	0,3925	0,3398
160	0,6608	0,5572	0,4614	0,3915	0,3389
161	0,6595	0,5559	0,4602	0,3904	0,3379
162	0,6582	0,5547	0,4590	0,3894	0,3370
163	0,6569	0,5534	0,4579	0,3883	0,3360
164	0,6557	0,5522	0,4567	0,3873	0,3351
165	0,6544	0,5509	0,4556	0,3863	0,3342
166	0,6532	0,5497	0,4545	0,3853	0,3333
167	0,6519	0,5485	0,4533	0,3843	0,3324
168	0,6507	0,5473	0,4522	0,3833	0,3315
169	0,6494	0,5460	0,4511	0,3823	0,3306
170	0,6482	0,5448	0,4500	0,3813	0,3297
171	0,6470	0,5436	0,4489	0,3803	0,3288
172	0,6458	0,5425	0,4479	0,3793	0,3280
173	0,6446	0,5413	0,4468	0,3784	0,3271
174	0,6433	0,5401	0,4457	0,3774	0,3263
175	0,6421	0,5389	0,4447	0,3765	0,3254
176	0,6410	0,5378	0,4436	0,3755	0,3246
177	0,6398	0,5366	0,4426	0,3746	0,3237
178	0,6386	0,5355	0,4415	0,3737	0,3229
179	0,6374	0,5343	0,4405	0,3728	0,3221
180	0,6362	0,5332	0,4395	0,3719	0,3213
181	0,6351	0,5321	0,4385	0,3709	0,3205
182	0,6339	0,5310	0,4374	0,3700	0,3196
183	0,6327	0,5299	0,4364	0,3692	0,3189
184	0,6316	0,5287	0,4354	0,3683	0,3181
185	0,6304	0,5276	0,4345	0,3674	0,3173
186	0,6293	0,5266	0,4335	0,3665	0,3165
187	0,6282	0,5255	0,4325	0,3656	0,3157
188	0,6270	0,5244	0,4315	0,3648	0,3150
189	0,6259	0,5233	0,4306	0,3639	0,3142
190	0,6248	0,5222	0,4296	0,3631	0,3134
191	0,6237	0,5212	0,4287	0,3622	0,3127
192	0,6226	0,5201	0,4277	0,3614	0,3119
193	0,6215	0,5191	0,4268	0,3606	0,3112
194	0,6204	0,5180	0,4258	0,3597	0,3105
195	0,6193	0,5170	0,4249	0,3589	0,3097
196	0,6182	0,5160	0,4240	0,3581	0,3090
197	0,6171	0,5149	0,4231	0,3573	0,3083
198	0,6160	0,5139	0,4222	0,3565	0,3076
199	0,6149	0,5129	0,4213	0,3557	0,3068
200	0,6139	0,5119	0,4204	0,3549	0,3061

Tabla 13 (continuación)
S = 3.000; MAX. = 3.600; MIN. = 2.800; r = 1,1; Dividendos anuales = 4%
Número de días cotizados en el año = 250.
P (2.800 < Estándar < 3.600)

t (días transcurridos)	σ= 16%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%
201	0,6128	0,5109	0,4195	0,3541	0,3054
202	0,6117	0,5099	0,4186	0,3533	0,3047
203	0,6107	0,5089	0,4177	0,3526	0,3041
204	0,6096	0,5079	0,4168	0,3518	0,3034
205	0,6086	0,5069	0,4160	0,3510	0,3027
206	0,6075	0,5060	0,4151	0,3502	0,3020
207	0,6065	0,5050	0,4143	0,3495	0,3013
208	0,6055	0,5040	0,4134	0,3487	0,3007
209	0,6044	0,5031	0,4125	0,3480	0,3000
210	0,6034	0,5021	0,4117	0,3472	0,2993
211	0,6024	0,5012	0,4109	0,3465	0,2987
212	0,6014	0,5002	0,4100	0,3458	0,2980
213	0,6004	0,4993	0,4092	0,3450	0,2974
214	0,5994	0,4983	0,4084	0,3443	0,2967
215	0,5984	0,4974	0,4076	0,3436	0,2961
216	0,5974	0,4965	0,4067	0,3429	0,2955
217	0,5964	0,4956	0,4059	0,3422	0,2948
218	0,5954	0,4946	0,4051	0,3415	0,2942
219	0,5944	0,4937	0,4043	0,3408	0,2936
220	0,5934	0,4928	0,4035	0,3401	0,2930
221	0,5924	0,4919	0,4027	0,3394	0,2924
222	0,5914	0,4910	0,4020	0,3387	0,2917
223	0,5905	0,4901	0,4012	0,3380	0,2911
224	0,5895	0,4893	0,4004	0,3373	0,2905
225	0,5885	0,4884	0,3996	0,3366	0,2899
226	0,5876	0,4875	0,3989	0,3360	0,2893
227	0,5866	0,4866	0,3981	0,3353	0,2887
228	0,5857	0,4857	0,3973	0,3346	0,2882
229	0,5847	0,4849	0,3966	0,3340	0,2876
230	0,5838	0,4840	0,3958	0,3333	0,2870
231	0,5829	0,4832	0,3951	0,3327	0,2864
232	0,5819	0,4823	0,3943	0,3320	0,2858
233	0,5810	0,4815	0,3936	0,3314	0,2853
234	0,5801	0,4806	0,3929	0,3307	0,2847
235	0,5791	0,4798	0,3921	0,3301	0,2841
236	0,5782	0,4789	0,3914	0,3294	0,2836
237	0,5773	0,4781	0,3907	0,3288	0,2830
238	0,5764	0,4773	0,3900	0,3282	0,2825
239	0,5755	0,4765	0,3892	0,3276	0,2819
240	0,5746	0,4756	0,3885	0,3269	0,2814
241	0,5737	0,4748	0,3878	0,3263	0,2808
242	0,5728	0,4740	0,3871	0,3257	0,2803
243	0,5719	0,4732	0,3864	0,3251	0,2797
244	0,5710	0,4724	0,3857	0,3245	0,2792
245	0,5701	0,4716	0,3850	0,3239	0,2787
246	0,5692	0,4708	0,3843	0,3233	0,2781
247	0,5684	0,4700	0,3837	0,3227	0,2776
248	0,5675	0,4692	0,3830	0,3221	0,2771
249	0,5666	0,4684	0,3823	0,3215	0,2766
250	0,5657	0,4677	0,3816	0,3209	0,2760
suma	**183,3**	**161,2**	**139,3**	**122,3**	**108,7**

Figura 26
S = 3.000; MAX. = variable; MIN. = MAX. – 800; r = 1,1; Dividendos anuales = 4%
σ= 20%. Número de días cotizados en el año = 250.
Valor esperado del número de días con la cotización entre MAX. y (MAX. – 800)



8. Influencia de la especificación de los dividendos en la simulación

La Tabla 14 muestra los resultados de la simulación practicada utilizando 6.650 trayectorias para analizar la influencia que tienen las diferentes formas de especificación de los dividendos que se van a repartir a lo largo de un año las acciones que integran el IBEX 35, y que se estiman en un 4%. En concreto, se analizan dos tipos de especificación:

– En forma de puntos del IBEX 35, de manera que cada día se le descuentan 0,48 puntos al precio del IBEX 35 (11).

– En forma de porcentaje de la cotización del IBEX 35. De este modo, el dividendo diario es el 0,016% del precio diario del IBEX 35 (12).

La Tabla 14 permite observar que la primera especificación obtiene valores esperados más elevados del IBEX promedio, IBEX máximo e IBEX final que el segundo tipo de especificación. Consecuentemente, podemos afirmar que el dividendo diario constante tiene menor influencia en el precio del índice analizado que el dividendo como porcentaje de la cotización.

Tabla 14. Influencia de la especificación de los dividendos en la simulación del IBEX 35.
6.650 trayectorias. IBEX inicial = 3.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250. Volatilidad anual = 20%.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. μ = 0,08251
Dividendo anual = 4%

	Dividendo diario constante (0,48 puntos del IBEX cada día)				Dividendo = porcentaje de la cotización Dividendo diario = 0,016% del IBEX del día			
	IBEX promedio	IBEX MAX.	IBEX MIN.	IBEX final	IBEX promedio	IBEX MAX.	IBEX MIN.	IBEX final
Simulaciones	6.650	6.650	6.650	6.650	6.650	6.650	6.650	6.650
Media	3.095,65	3.612,07	2.631,11	3.191,82	3.094,36	3.606,67	2.633,04	3.187,97
Desviación estándar	372,63	499,63	289,15	654,34	366,91	490,74	285,16	640,98
Skewness	0,38	1,10	–0,81	0,47	0,37	1,08	–0,79	0,47
Curtosis	3,26	4,02	3,17	3,17	3,26	3,98	3,14	3,16
Mínimo	2.021,85	2.918,60	1.449,29	1.489,13	2.035,85	2.918,62	1.473,75	1.513,99
Máximo	4.899,36	5.880,85	3.095,03	5.625,49	4.865,36	5.806,14	3.095,01	5.552,13
Error estándar de la media	4,57	6,13	3,55	8,02	4,50	6,02	3,50	7,86

9. Influencia de la volatilidad en la simulación del máximo y del mínimo

Dada una acción con precio inicial 1.000 pesetas, se pretende analizar cuál es el efecto de una variación de la volatilidad en sus valores máximo y mínimo durante un año. La Tabla 15 muestra los resultados obtenidos en una simulación de 1.503 trayectorias del valor máximo de la acción, utilizando distintos niveles de volatilidad, mientras que la Tabla 16 hace lo propio referido al valor mínimo de la acción.

En lo que respecta al valor máximo de la acción, se observa en la Tabla 15 que cuanto mayor es la volatilidad de la acción, mayor es el valor esperado. Por el contrario, la Tabla 16 muestra que cuanto mayor es la volatilidad, menor es el valor mínimo esperado de la acción.

La Figura 27 muestra gráficamente lo que acabamos de señalar.

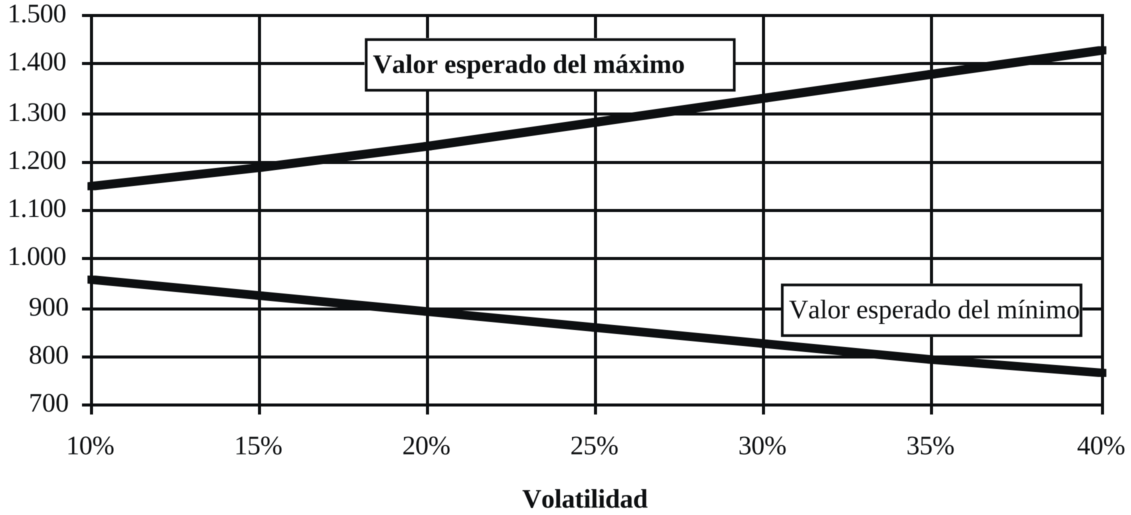
Tabla 15. Influencia de la volatilidad en la simulación del máximo. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

	Volatilidad						
	σ= 10%	σ= 15%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%	σ= 40%
Simulaciones	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503
Media	1.148,22	1.189,22	1.233,42	1.279,95	1.328,20	1.378,05	1.429,44
Desviación estándar	92,25	134,25	178,97	226,95	278,60	334,16	393,85
Skewness	0,60	0,81	0,96	1,09	1,21	1,32	1,43
Curtosis	2,96	3,31	3,67	4,04	4,43	4,84	5,27
Mínimo	994,86	987,50	979,58	974,42	969,28	964,16	959,06
Máximo	1.451,28	1.660,74	1.896,79	2.164,20	2.463,54	2.797,73	3.169,83
Error estándar de la media	2,38	3,46	4,62	5,85	7,19	8,62	10,16

Tabla 16. Influencia de la volatilidad en la simulación del mínimo. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

	Volatilidad						
	σ= 10%	σ= 15%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%	σ= 40%
Simulaciones	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503	1.503
Media	960,01	926,79	893,01	859,53	826,70	794,74	763,75
Desviación estándar	39,47	65,37	89,51	111,63	131,68	149,87	166,39
Skewness	–1,30	–1,06	–0,89	–0,75	–0,63	–0,53	–0,43
Curtosis	4,83	3,94	3,41	3,06	2,80	2,61	2,46
Mínimo	763,43	633,88	525,01	433,76	357,48	293,89	241,01
Máximo	1.014,69	1.021,90	1.029,16	1.036,16	1.042,88	1.049,58	1.056,26
Error estándar de la media	1,02	1,69	2,31	2,88	3,40	3,87	4,29

Figura 27. Influencia de la volatilidad en la simulación del mínimo y del máximo.
So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0



La Figura 28 muestra la influencia de la volatilidad de la acción en la distribución del máximo de la cotización de ésta. Cuanto menor es la volatilidad, la distribución se concentra más en la parte izquierda de la Figura, es decir, en torno al valor inicial de la acción (1.000 pesetas). En cambio, cuando la volatilidad aumenta, la distribución se achata y se desplaza ligeramente hacia la derecha.

Análogamente, la Figura 29 presenta la influencia de la volatilidad en la distribución del valor mínimo de la acción. Con una volatilidad reducida, la distribución está muy concentrada en torno al valor inicial de la acción. Por el contrario, al aumentar la volatilidad, la distribución se achata y se desplaza hacia la izquierda.

Figura 28. Influencia de la volatilidad en la distribución del máximo.
1.503 simulaciones. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

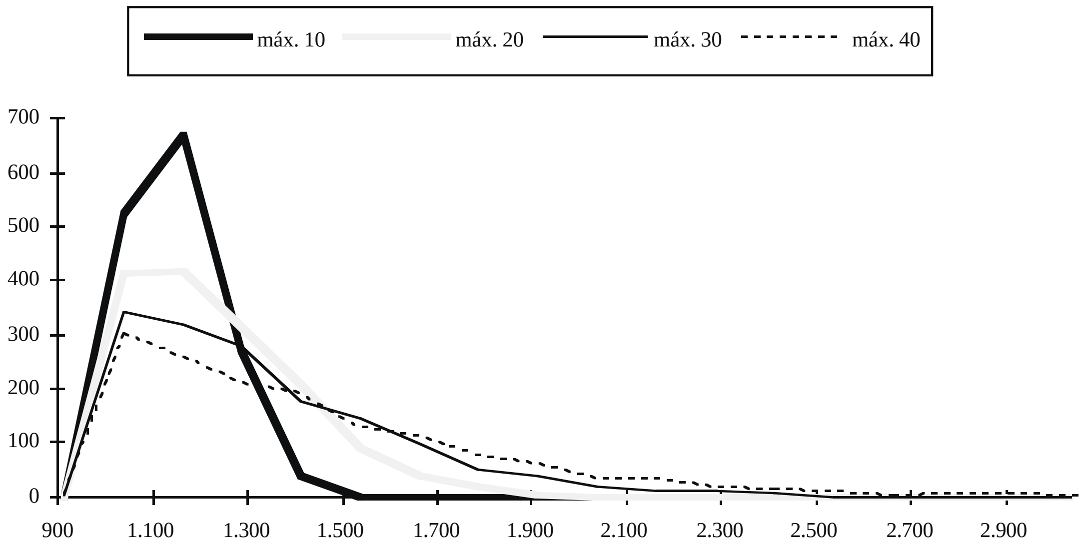
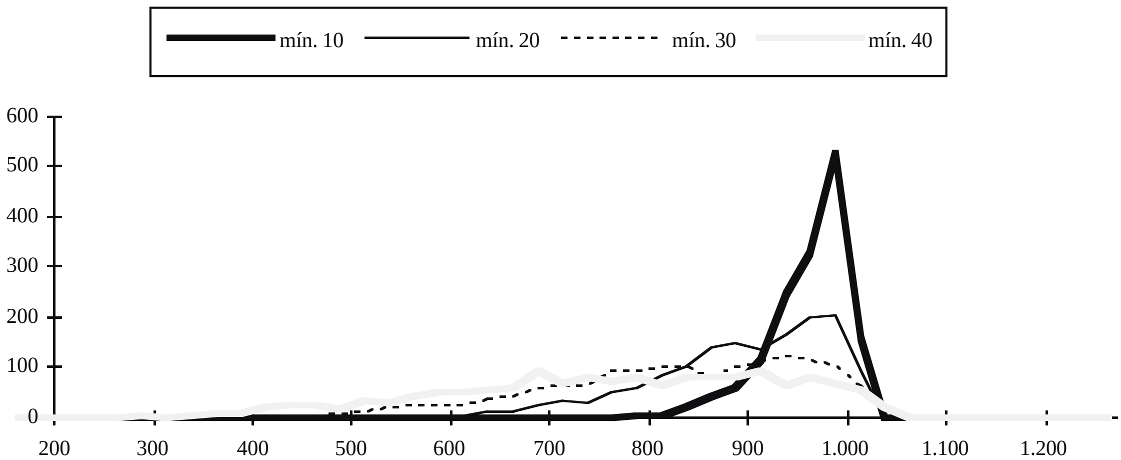


Figura 29. Influencia de la volatilidad en la distribución del mínimo.
1.503 simulaciones. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0



Las Tablas 17 y 18 muestran los resultados de una segunda simulación (utilizando 8.000 trayectorias) para ver la influencia de distintos niveles de volatilidad en los valores máximo y mínimo de la acción, respectivamente. El incremento del número de trayectorias hace que tanto el valor esperado del máximo como el del mínimo sean menores a los calculados en las Tablas 15 y 16, independiente del valor de la volatilidad.

Tabla 17. Segunda simulación. 8.000 simulaciones.
Influencia de la volatilidad en la simulación del máximo. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

	Volatilidad						
	σ= 10%	σ= 15%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%	σ= 40%
Simulaciones	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000
Media	1.147,63	1.188,16	1.231,69	1.277,47	1.325,01	1.374,12	1.424,72
Desviación estándar	91,83	133,55	178,21	226,18	277,91	333,75	393,88
Skewness	0,62	0,84	1,00	1,14	1,27	1,38	1,50
Curtosis	3,02	3,41	3,80	4,21	4,63	5,09	5,57
Mínimo	987,08	980,49	973,92	967,39	960,90	949,63	942,56
Máximo	1.477,91	1.716,52	1.989,23	2.300,15	2.653,77	3.054,97	3.509,02
Error estándar de la media	1,03	1,49	1,99	2,53	3,11	3,73	4,40

Tabla 18. Segunda simulación. 8.000 simulaciones.
Influencia de la volatilidad en la simulación del mínimo. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

	Volatilidad						
	σ= 10%	σ= 15%	σ= 20%	σ= 25%	σ= 30%	σ= 35%	σ= 40%
Simulaciones	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000
Media	959,59	926,03	891,86	857,99	824,81	792,44	761,03
Desviación estándar	39,58	65,58	89,59	111,42	131,18	149,03	165,16
Skewness	–1,29	–1,06	–0,90	–0,77	–0,65	–0,55	–0,46
Curtosis	4,73	3,86	3,37	3,04	2,80	2,62	2,47
Mínimo	745,50	612,82	502,55	411,13	335,55	273,20	221,91
Máximo	1.018,54	1.027,73	1.036,99	1.046,33	1.055,74	1.065,22	1.074,77
Error estándar de la media	0,44	0,73	1,00	1,25	1,47	1,67	1,85

Las Figuras 30 y 31 son idénticas a las Figuras 28 y 29, pero utilizando 8.000 trayectorias en la simulación. Los resultados obtenidos están en la misma línea que los que presentamos con las Figuras 28 y 29: las distribuciones del valor esperado máximo y del mínimo se achatan conforme aumenta la volatilidad de la acción, y se desplazan ligeramente hacia la derecha y hacia la izquierda, respectivamente.

Finalmente, las Figuras 32 a 38 presentan gráficamente las diferentes columnas de la Tabla 17, es decir, la distribución del valor esperado máximo de la acción utilizando diferentes valores de volatilidad, mientras que las Figuras 39 a 45 muestran el mismo tipo de gráfico, pero referido al valor esperado mínimo de la acción y a la Tabla 18. □

---

(1) Sobre la valoración de derivados por el procedimiento de las martigalas, consúltese Fernández y Ariño (1996).

(2) $\varepsilon\sqrt{dt}$ se denomina frecuentemente proceso Gauss-Weiner, y se escribe dZ, siendo $dZ = \varepsilon\sqrt{dt}$. También se denomina movimiento browniano estándar.

(3) La razón directa de esta imposición hay que buscarla en que cuando un instrumento financiero se puede valorar por arbitraje (es replicable a partir de otros ya existentes), las relaciones entre los precios se mueven en un espacio de probabilidad sin riesgo. En ese espacio de probabilidad, el valor esperado del precio de una acción (cuyo precio hoy es S_0 pesetas) es igual al valor esperado de invertir esas pesetas a la tasa sin riesgo:

$$E(S_t) = S_0\, e^{(\mu + \sigma^2/2)t} = S_0\, r^t \text{ ; por consiguiente: } \mu + \sigma^2/2 = \ln(r).$$

Un modo indirecto de argumentar esta imposición es el siguiente. Ya vimos que el valor de una opción (y de cualquier instrumento derivado) no depende de nuestras expectativas (μ) respecto a la revalorización del subyacente. Sin embargo, el valor que se obtiene en la simulación sí que depende de la μ que utilicemos. Por consiguiente, μ ha de estar fijada, de modo que dos simuladores utilicen la misma aunque tengan distintas expectativas.
Otra aproximación a esta imposición la podemos buscar en el método binomial. Vimos allí que si consideramos la p como la probabilidad de que la acción suba, entonces $E(S_t) = S_0\, r$.

(4) El lector puede comprobar que la simulación es un método de valoración de opciones casi idéntico al utilizado en el capítulo 14 de Fernández (1996), al derivar simplificadamente la fórmula de Black y Scholes.

(5) En este caso no es necesario realizar la simulación de la trayectoria completa de la acción a lo largo del año. Sólo nos interesa el valor de la acción dentro de un año. Por consiguiente, para simular el valor de la acción dentro de un año basta utilizar la fórmula (1) del siguiente modo: primero generamos un número aleatorio de la distribución normal de media cero y varianza unidad (que en este caso resultó ser 0,21952874) y utilizamos la fórmula (1). Así, si consideramos que S1 es el precio de la acción dentro de un año:
S1 = 1.304,55 = 1.000 exponencial [0,2 x 1 + 0,3 x 0,21952874 $\sqrt{1}$].

(6) Naturalmente, esta expectativa inclinaría a nuestro inversor a comprar «calls» o vender «puts», pero no influiría en la valoración de las opciones que se basa en el arbitraje (posibilidad de replicar las opciones), no en las expectativas de rentabilidad del subyacente.

(7) Sabemos que el valor actual se ha de realizar utilizando la tasa sin riesgo porque estamos valorando instrumentos derivados.

(8) Ni aunque utilicemos, como en este caso, el valor de μ de la fórmula (4).

(9) La skewness y la kurtosis de una distribución normal son, respectivamente, 0 y 3.

(10) Nótese que la rentabilidad de la acción no es normal porque la distribución del precio de la acción dentro de un año viene dada por $S_1 = (1000\, e^{(0,5\,\mu + \varepsilon_1 \sqrt{0,5})} - 300)\, e^{(0,5\,\mu + \varepsilon_2 \sqrt{0,5})}$

(11) Los 0,48 puntos diarios se obtienen de la siguiente manera:
(4% x 3.000 puntos) / 250 días = 0,48

(12) El 0,016% diario se obtiene dividiendo 4% por 250 días.

Figura 30. Influencia de la volatilidad en la distribución del máximo.
8.000 simulaciones. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

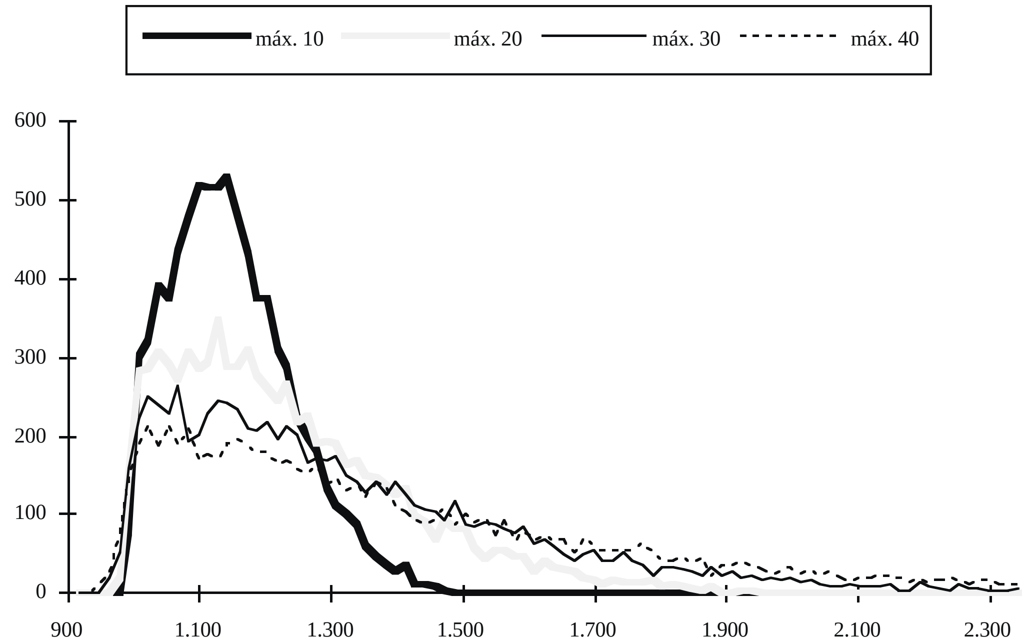


Figura 31. Influencia de la volatilidad en la distribución del mínimo.
8.000 simulaciones. So = 1.000
Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

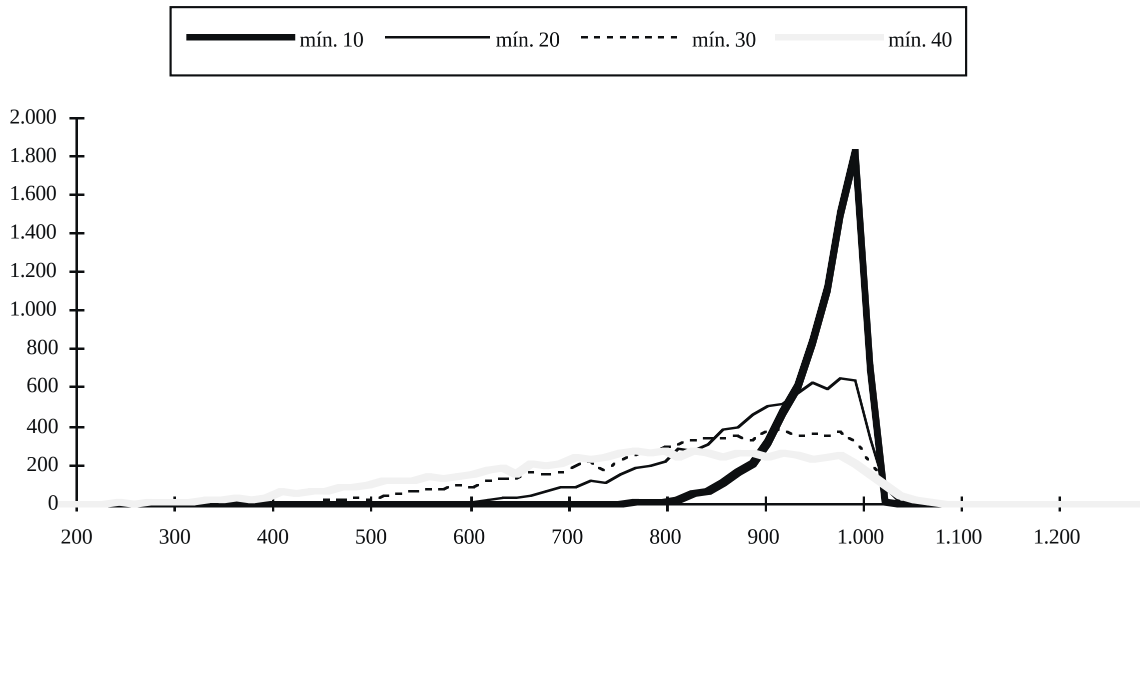


Figura 32. Influencia de la volatilidad en la distribución del máximo.
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 10%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

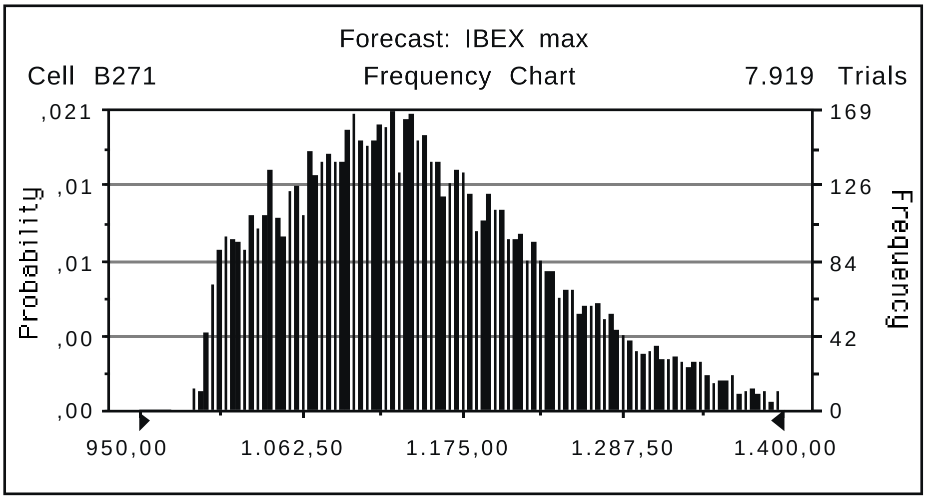


Figura 33. Influencia de la volatilidad en la distribución del máximo.
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 15%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

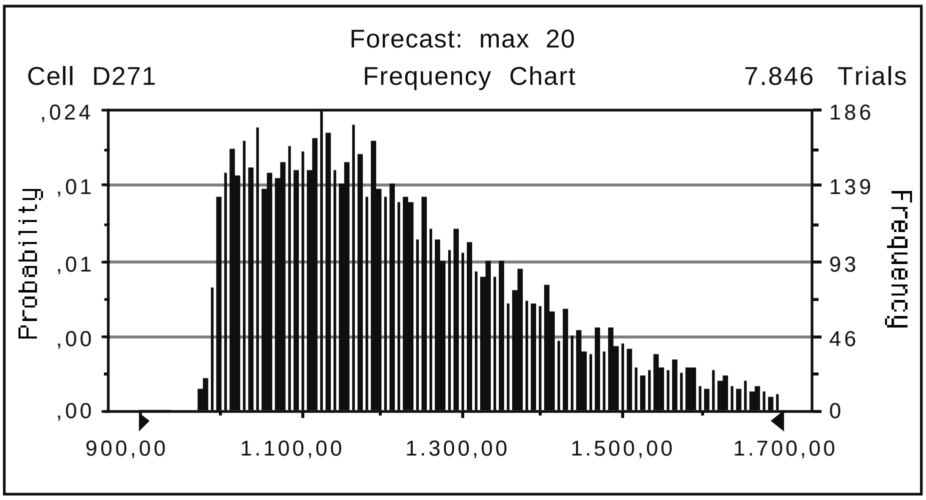


Figura 34. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>máximo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 20%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

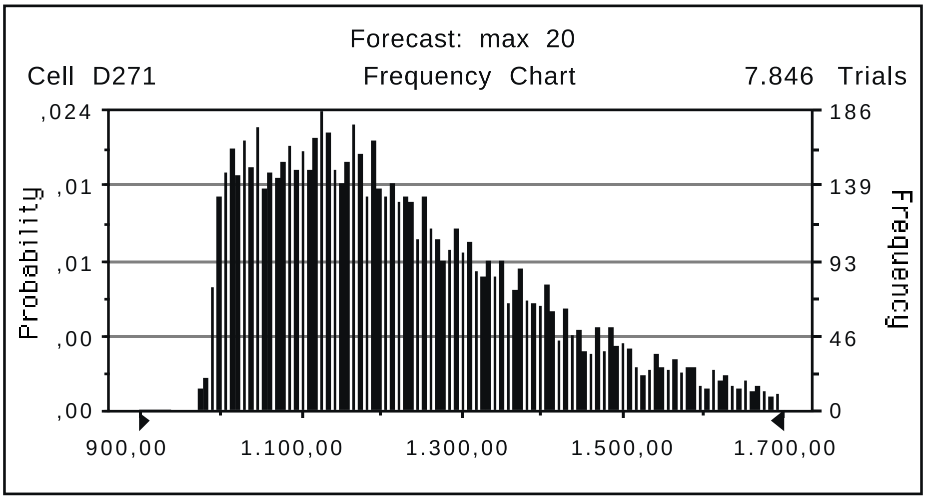


Figura 35. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>máximo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año= 250.
Vol. = 25%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

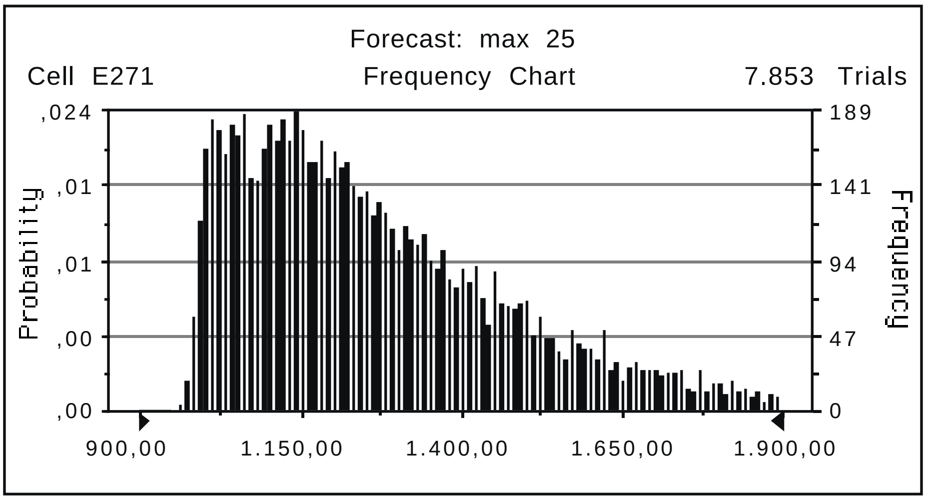


Figura 36. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>máximo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 30%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

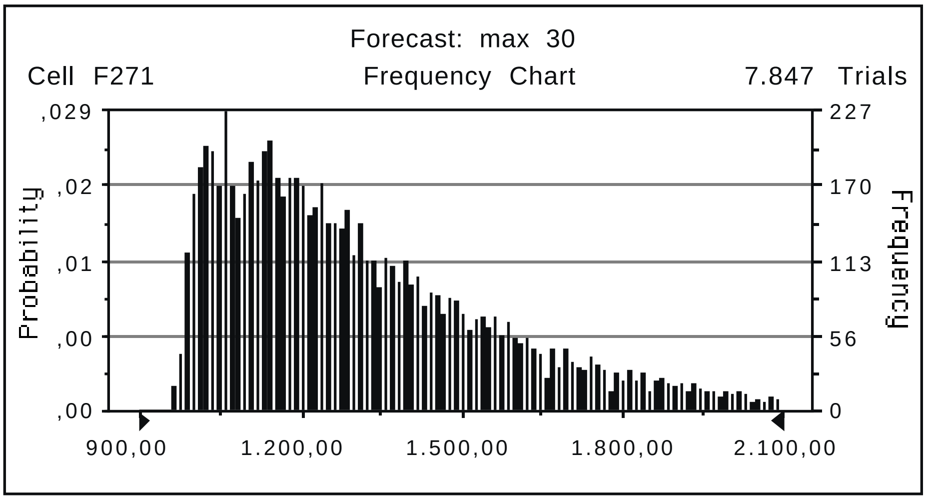


Figura 37. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>máximo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 35%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

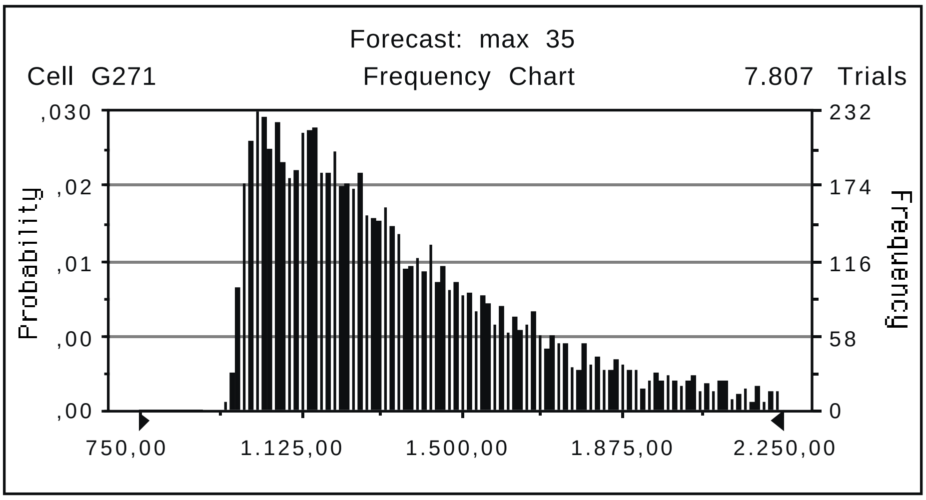


Figura 38. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>máximo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 40%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

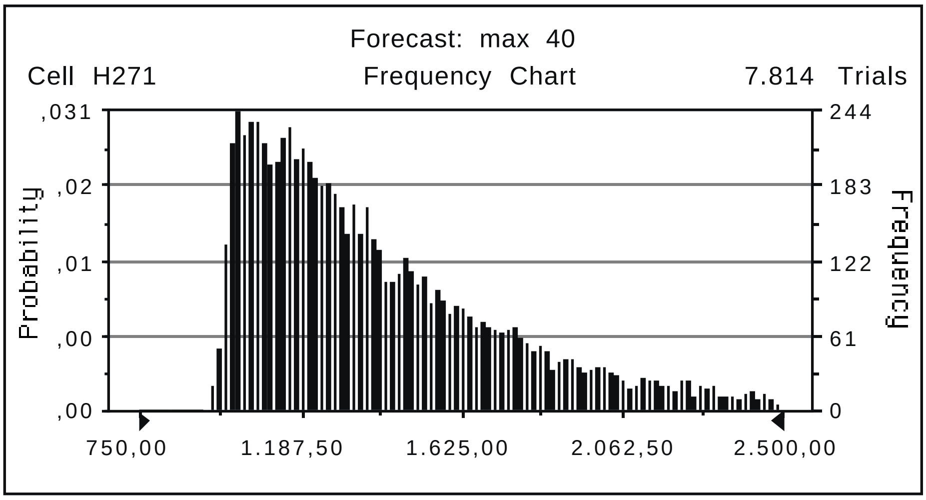


Figura 39. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>mínimo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 10%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

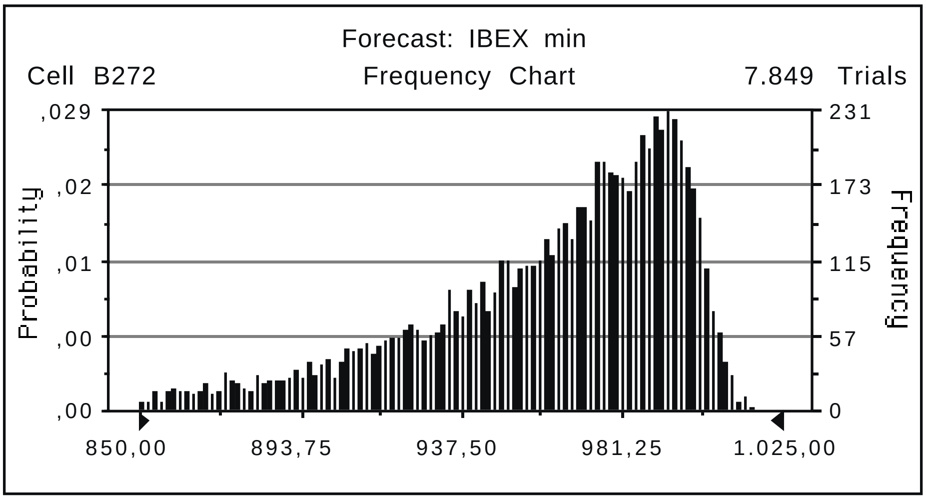


Figura 40. Influencia de la volatilidad en la distribución del mínimo.
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 15%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

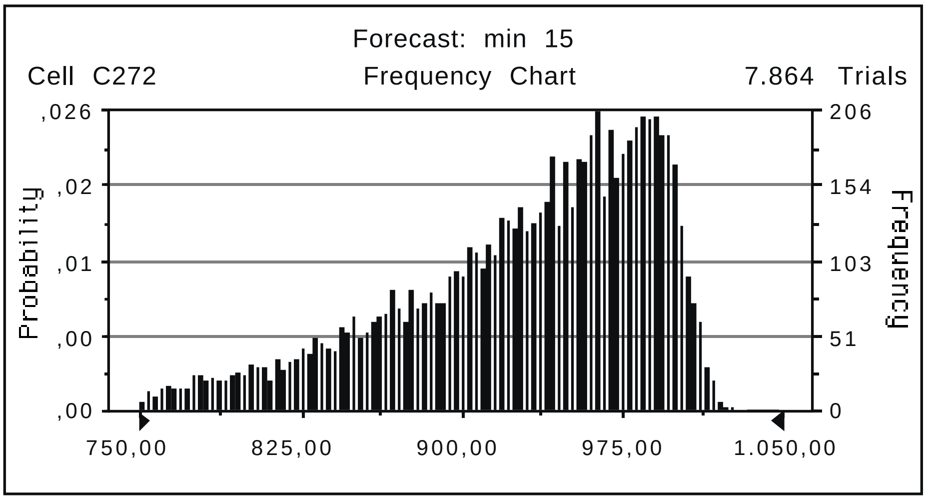


Figura 41. Influencia de la volatilidad en la distribución del mínimo.
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 20%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

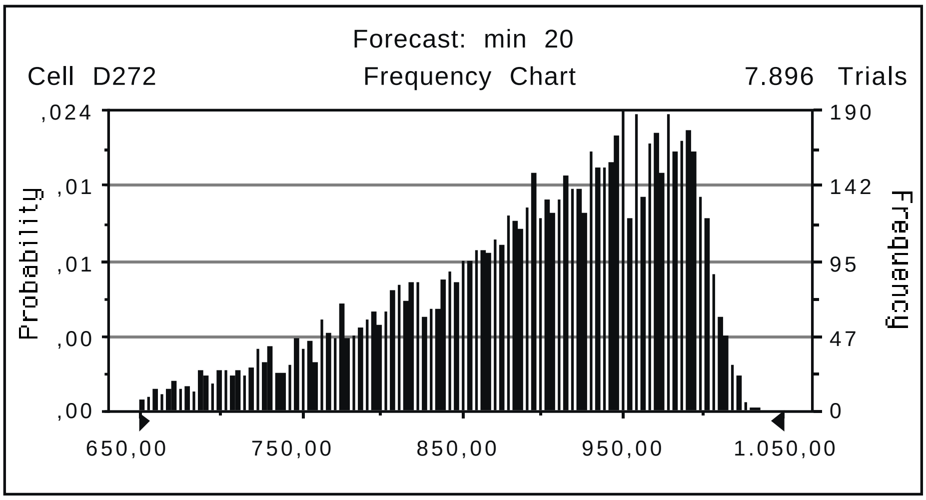


Figura 42. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>mínimo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 25%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

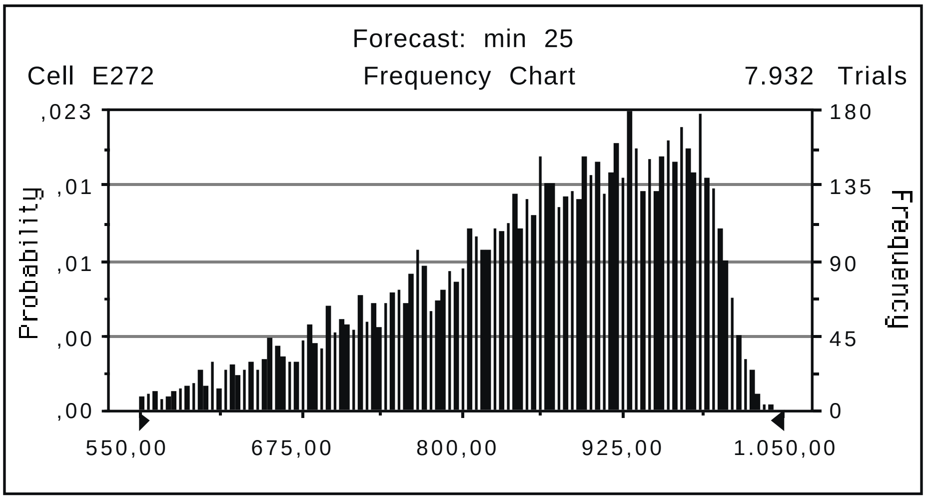


Figura 43. Influencia de la volatilidad en la distribución del <u>mínimo.</u>
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 30%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

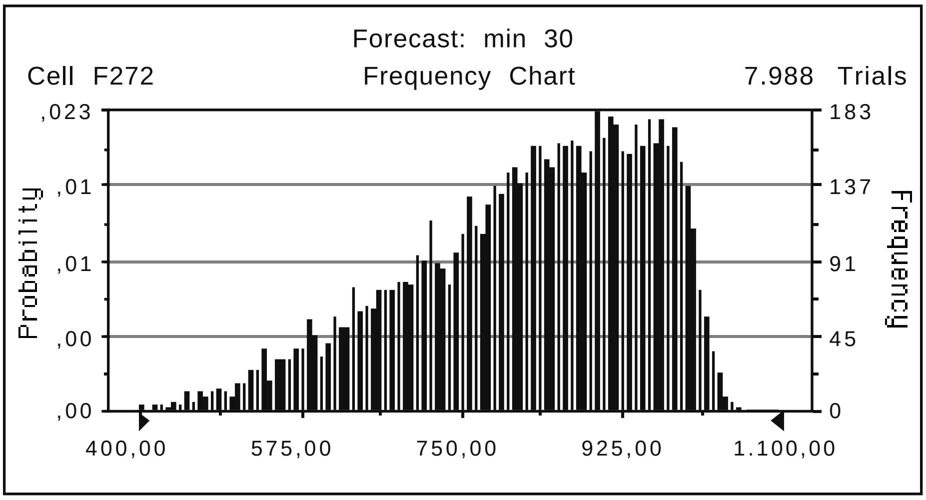


Figura 44. Influencia de la volatilidad en la distribución del mínimo.
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 35%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0

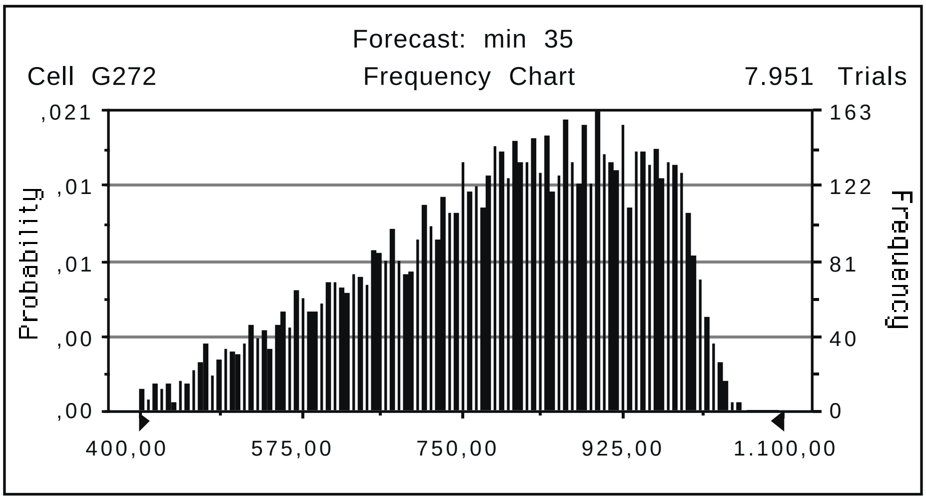
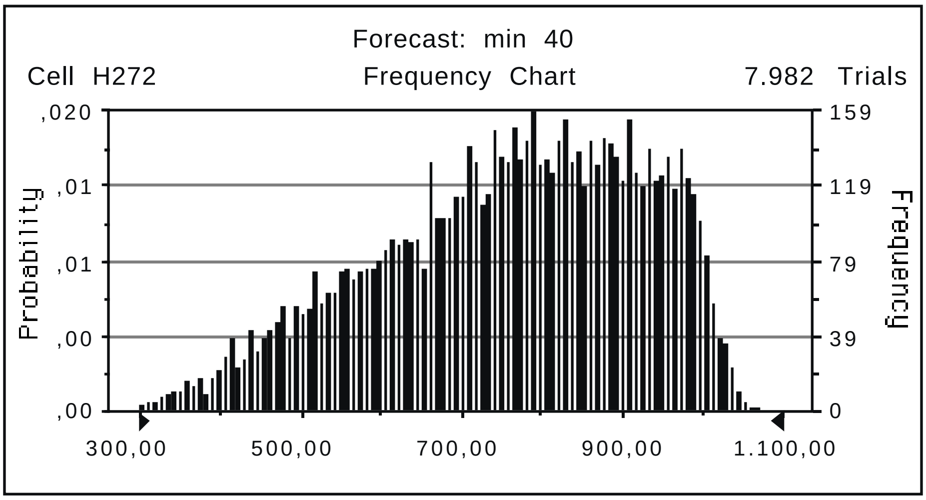


Figura 45. Influencia de la volatilidad en la distribución del mínimo.
8.000 simulaciones. So = 1.000. Tiempo = 1 año. Número de días hábiles/año = 250.
Vol. = 40%. 1 + interés sin riesgo anual = 1,1. Dividendos = 0



Bibliografía

Ariño, Miguel A. y Pablo Fernández, «Valoración de activos financieros por el método de las martingalas», *Investigaciones Económicas*, volumen XVI, nº 1, 1992.

Black, F., y M. Scholes, «The pricing of options and corporate liabilities», *Journal of Political Economy*, 81, 1973, págs. 637-659.

Duffie, D., «Security Markets, Stochastic Models», Academic Press, 1988.

Fernández, Pablo, «Opciones, futuros e instrumentos derivados», Ediciones Deusto, Bilbao, 1996.

Fernández, Pablo y Miguel Angel Ariño, «Derivados exóticos», documento de investigación del IESE, 1996.

Harrison, J. M. y M. Kreps, «Martingales and Arbitrage in Multiperiod Security Markets», *Journal of Economic Theory*, 20, 1979, págs. 381-408.

Merton, R. C., «On the Pricing of Contingent Claims and the Modigliani-Miller Theorem», *Journal of Financial Economics*, 5, 1977, págs. 241-249.

Stulz, R., «Options on the Minimum or the Maximum of Two Risky Assets: Analysis and Aplications», *Journal of Financial Economics*, 10, 1982, págs. 161-185.

IESE

DOCUMENTOS DE INVESTIGACION - RESEARCH PAPERS

No.	TlTULO	AUTOR
D/293	Cuatro mitos sobre el empleo. Septiembre 1995, 20 Págs.	Gual J.
D/293 BIS	Four myths on employment. September 1995, 26 Pages	Gual J.
D/294	La moralidad de la economía de mercado. Septiembre 1995, 25 Págs.	Argandoña A.
D/295	Medidas, en el ámbito laboral, para favorecer la creación de empleo. Octubre 1995, 17 Págs.	Gómez S.
D/296	La inflación y los servicios. Octubre 1995, 33 Págs.	Argandoña A.
D/297	Las relaciones laborales en España Octubre 1995, 35 Págs.	Gómez S. Calle A. de la
D/ 298	La moral económica y empresarial en el Catecismo de la Iglesia Católlica Noviembre 1995, 15 Págs.	Melé D.
D/ 299	Estrutura, políticas y resultados financieros en la empresa familiar: Un estudio empírico. Noviembre 1995, 20 Págs.	Vilaseca A.
D/ 299 BIS	A financial perspective on structure, conduct and performance in the family firm: An empirical study. November 1995, 23 Pages	Vilaseca A.
D/ 300	Fundamentos económicos del diseño de organizaciones. Noviembre 1995, 35 Págs.	Ricart J.E. Rosanas J.M.
D/ 301	Sobre los determinantes de la modernizacón de la economía y de la sociedad en España. Una recensión. Diciembre 1995, 33 Págs.	Argandoña A.

IESE

DOCUMENTOS DE INVESTIGACION - RESEARCH PAPERS

No.	TlTULO	AUTOR
D/ 302	Etica económica y cambio institucional. Enero 1996, 28 Págs.	Argandoña A.
D/ 302 BIS	Economic ethics and institutional change. January 1996, 26 Pages	Argandoña A.
D/ 303	Employee organizational commitment: A review of the literature. January 1996, 27 Pages	Ovadje O.F.
D/ 304	Incorporación de graduados universitarios a la empresa familiar. Enero 1996, 37 Págs.	Gallo M.A. Cappuyns K.
D/ 304 BIS	Bringing university graduates into the Family Business. February 1996, 37 Pages	Gallo M.A. Cappuyns K.
D/305	Una nueva concepción del trabajo y de la persona en la empresa del siglo XXI. Enero 1996, 44 Págs.	Gómez S. Porta J.
D/306	Sociología y santificación del trabajo. Febrero 1996, 14 Págs.	Pérez López J.A.
D/307	Process Innovation: Changing boxes or revolutionizing organizations? February 1996, 18 Pages	Andreu R. Ricart J.E. Valor J.
D/308	Derivados exóticos. Marzo, 1996, 52 Págs.	Fernández P. Ariño M.A.